

Auswertung der Rekursion: $x_{k+1} = 7/3x_k - 4/3x_{k-1}$

exakte Lösung für Startwerte $x_0 = 1$, $x_1 = 1 + \varepsilon$:

$$x_k = 1 + \frac{\varepsilon}{\lambda - 1} (\lambda^k - 1), \quad \lambda = \frac{4}{3}$$

MATLAB:

$x_0 = 1, x_1 = 1$

$x_{10} =$	1.0000000000000028
$x_{20} =$	1.0000000000000620
$x_{30} =$	1.000000000011237
$x_{40} =$	1.000000000199907
$x_{50} =$	1.000000003550380
$x_{60} =$	1.000000063047287
$x_{70} =$	1.000001119577209
$x_{80} =$	1.000019881146851
$x_{90} =$	1.000353043971939
$x_{100} =$	1.006269258344517

MAPLE: (Digits:=500)

$x_1 = 1, x_2 = 1 + 10^{-16}$

$x_{10} =$	1.0000000000000005
$x_{20} =$	1.0000000000000094
$x_{30} =$	1.000000000001680
$x_{40} =$	1.00000000029831
$x_{50} =$	1.000000000529734
$x_{60} =$	1.000000009406876
$x_{70} =$	1.000000167044744
$x_{80} =$	1.000002966334913
$x_{90} =$	1.000052675364496
$x_{100} =$	1.000935394723062

Beobachtung: $\varphi : x_1 \mapsto x_{100}$ ist **schlecht konditioniert**, denn $\lambda^{100} \approx 3 \cdot 10^{12}$

Problem schlecht konditioniert \implies unvermeidliche Rundungsfehler können katastrophal verstärkt werden!