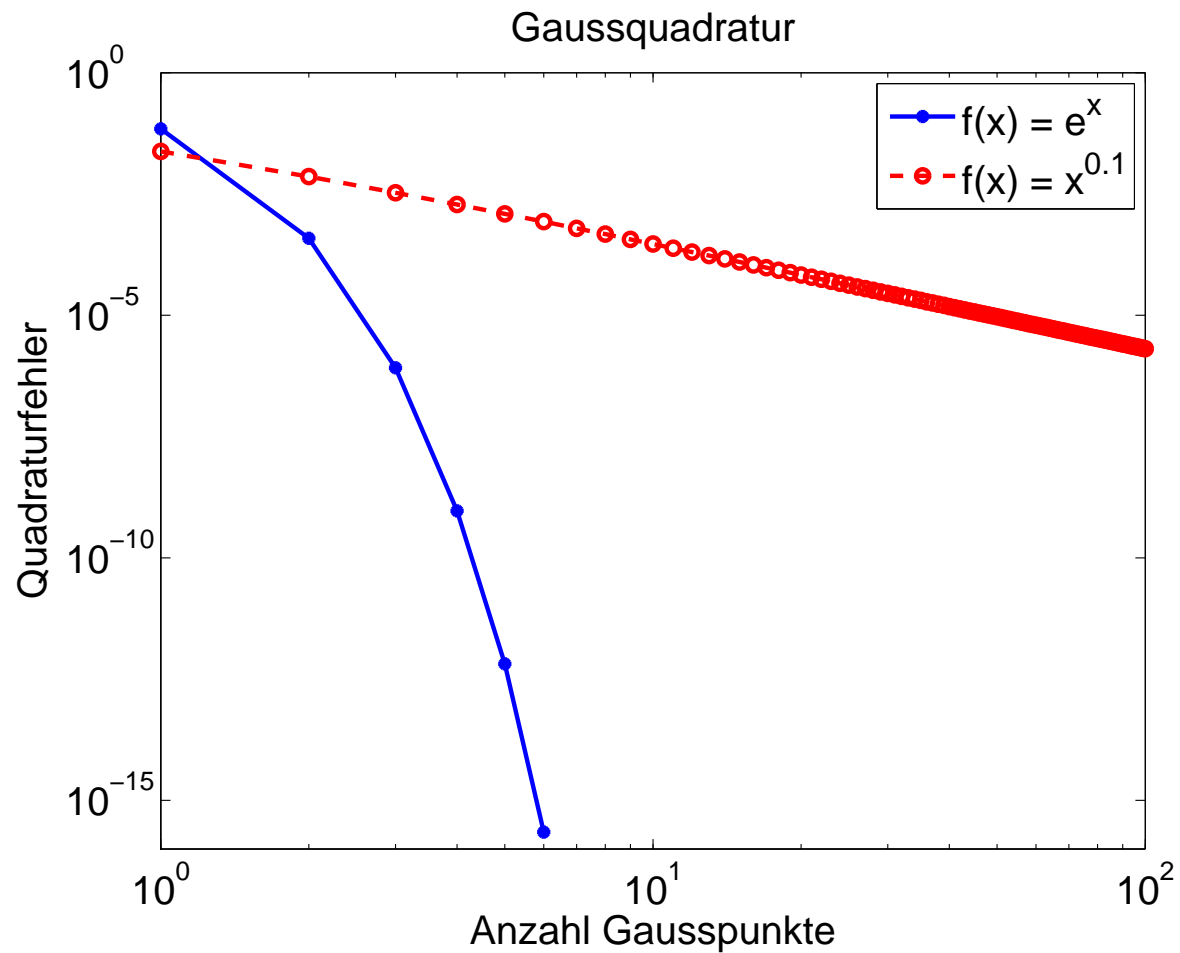


klassische Gaußquadratur für $\int_0^1 e^x dx$ und $\int_0^1 x^{0.1} dx$



Übung: Zeigen Sie: $\left| \int_0^1 e^x dx - Q_n(e^x) \right| \leq \frac{1}{(2n+1)!} \left(\frac{e}{2}\right)^{2(n+1)}$

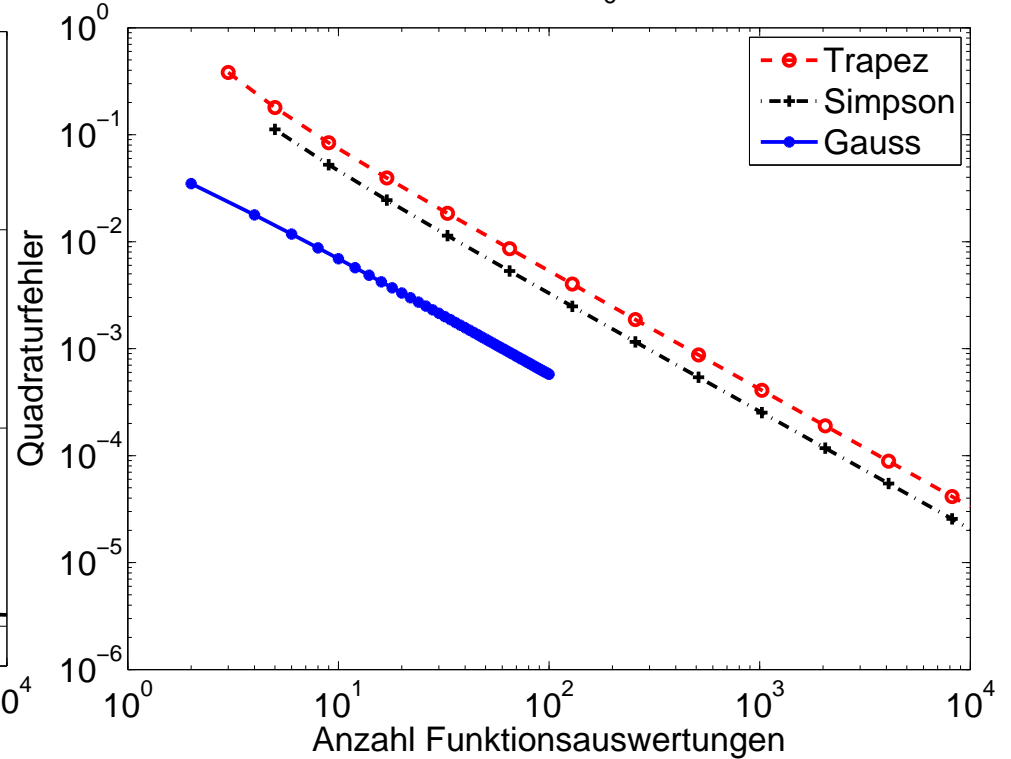
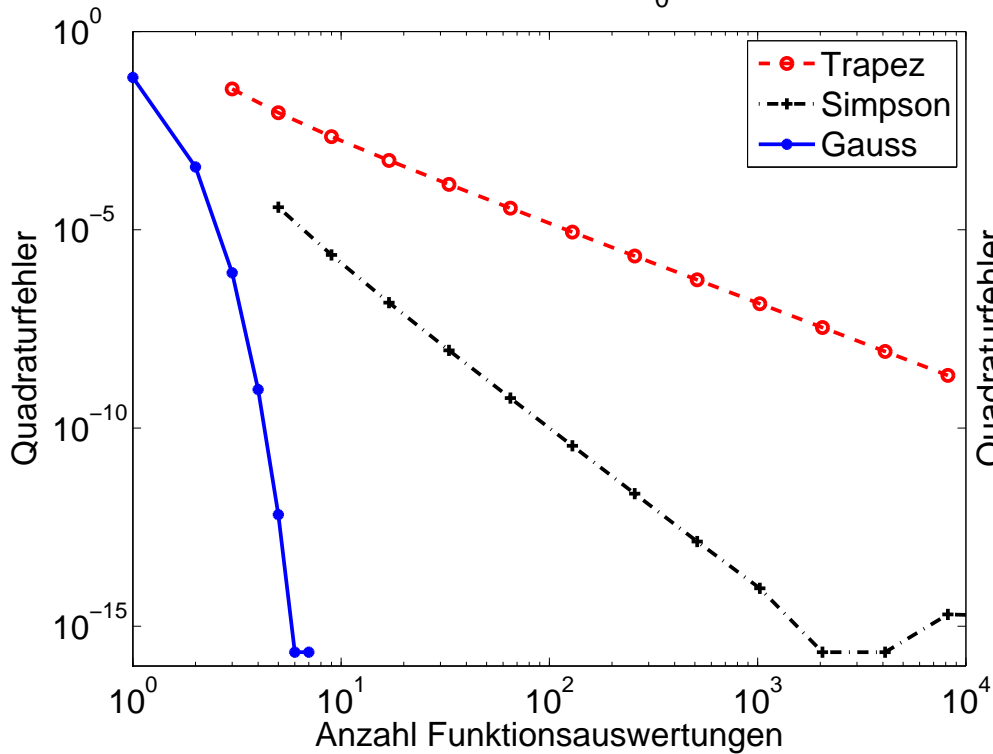
Vergleich der verschiedenen Quadraturformeln

glatter Integrand

nicht-glatter Integrand

Bestimmung von $\int_0^1 e^x$

Bestimmung von $\int_0^1 |x-1/2|^{0.1}$



Wie wertet man $\int_0^1 x^\alpha f(x) dx$ für glattes f aus?

1. summierte Regeln Trapez- oder Simpsonregel: verwende nicht äquidistante Zerlegung Δ , bei der sich die Quadraturpunkte bei $x = 0$ verdichten
→ siehe adaptive Quadratur später
2. Gaußregeln mit Gewicht: erzeuge Gaußregeln $Q_n(f) \approx \int_0^1 x^\alpha f(x) dx$.
 - Vorteil: Regeln sind sehr genau und effizient
 - Nachteil: Regeln hängen von α ab und α muß bekannt sein.
3. summierte Gaußregeln auf Gittern Δ , die geeignet bei $x = 0$ verdichtet sind.

Beispiel: summierte Gaußregel für $\int_0^1 x^\alpha f(x) dx$

Definiere das Gitter Δ durch die Knoten $0, q^L, q^{L-1}, \dots, q, 1$.

