

Literaturverzeichnis

- [B] V.I. BOGACHEV: *Measure Theory I*, Springer Berlin Heidelberg New York, 2007.
- [C] L. CONLON: *Differentiable manifolds*, Birkhäuser Boston, 2001.
- [DK1] J.J. DUISTERMAAT, J.A.C. KOLK: *Multidimensional Real Analysis I*, Cambridge University Press, 2004.
- [DK2] J.J. DUISTERMAAT, J.A.C. KOLK: *Multidimensional Real Analysis II*, Cambridge University Press, 2004.
- [E] J. ELSTRODT: *Maß und Integrationstheorie*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
- [Ha] P. HALMOS: *Measure Theory*, Springer-Verlag New York Heidelberg Berlin, 1974.
- [HR] E. HEWITT, K.A. ROSS: *Abstract Harmonic Analysis I*, Springer-Verlag New York, 1979.
- [H1] H. HEUSER: *Lehrbuch der Analysis I*, B.G. Teubner Stuttgart, 1990.
- [H2] H. HEUSER: *Lehrbuch der Analysis 2*, B.G. Teubner Stuttgart, 1990.
- [J] K. JÄNICH: *Vektor Analysis*, Springer Verlag 2001.
- [K] M. KALTENBÄCK: *Fundament Analysis*, Berliner Studienreihe Math., Heldermann, 2014.
- [K] D. KOFLER: *Die Invariansätze von Brouwer*, Seminararbeit, TU-Wien, 2014.
- [Ri] W. RINOW: *Lehrbuch der Topologie*, Hochschulbücher für Mathematik, Bd.79, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1975.
- [Ru] W. RUDIN: *Real and Complex Analysis*, McGraw-Hill New York, 1987.
- [Z] L. ZAJÍČEK: *An elementary proof of the one-dimensional Rademacher theorem*, *Mathematica Bohemica*, Vol. 117 (1992), No. 2, 133–136.

Index

- $(\mathcal{A} \otimes \mathcal{B})_{\mu, \nu}$, 177
 $AC([c, d], \mathbb{C})$, 371
 $AC([c, d], \mathbb{R})$, 371
 $AC(\mathbb{R}, \mathbb{C})$, 370
 $AC(\mathbb{R}, \mathbb{R})$, 370
 $AC_{\mu}([c, d], \mathbb{C})$, 371
 $AC_{\mu}([c, d], \mathbb{R})$, 371
 $AC_{\mu}(\mathbb{R}, \mathbb{C})$, 370
 $AC_{\mu}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$, 370
 $A \dot{\cup} B$, 104
 B° , 10
 $C(X, \mathbb{R})$, 26
 C^1 -Diffeomorphismus, 83
 $C_{00}^{\infty}(D, \mathbb{R})$, 61
 C^k -Diffeomorphismus, 83
 $C^m(M, N)$, 112
 $C_0(X, \mathbb{C})$, 54
 $C_0(X, \mathbb{R})$, 54
 $C_0(\Omega, \mathbb{C})'$, 353
 $C_0(\Omega, \mathbb{R})'$, 353
 $C_b(X, \mathbb{C})$, 27
 $C_b(X, \mathbb{R})$, 27
 $C_b(X, \mathbb{R})$, 38
 $C_{00}(X, \mathbb{C})$, 54
 $C_{00}(X, \mathbb{R})$, 54
 $D^{\alpha} f$, 297
 $GL(d, \mathbb{C})$, 192
 $GL(d, \mathbb{R})$, 163
 $L(\Omega, \mathcal{A}, \mu, \mathbb{C})$, 285
 $L(\Omega, \mathcal{A}, \mu, \mathbb{R})$, 285
 $L^p(\Omega, \mathcal{A}, \mu, \mathbb{C})$, 282
 $L^p(\Omega, \mathcal{A}, \mu, \mathbb{C})'$, 339
 $L^p(\Omega, \mathcal{A}, \mu, \mathbb{R})$, 280
 $L^p(\Omega, \mathcal{A}, \mu, \mathbb{R})'$, 339
 $L_{loc}^1(G)$, 297
 $L_{loc}^1(G, \mathcal{A}(\mathcal{T}^d)_G, \lambda_d, \mathbb{C})$, 297
 $M(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{C})$, 346
 $M(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{R})$, 346
 $M_{reg}(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{C})$, 351
 $M_{reg}(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{R})$, 351
 S^d , 229
 T_x , 97
 X' , 337
 $cl(B)$, 7
 $\Gamma(t)$, 167
 $\mathbb{T}(X)$, 16
 \mathbb{R}^X , 27
 $\bigotimes_{i \in I} \mathcal{A}_i$, 174
 δ_{ω} , 136
 $\dot{\cup}$, 104
 $\ell^p(\Omega, \mathbb{C})$, 283
 $\ell^p(\Omega, \mathbb{R})$, 283
 $\int f \, d\mu$, 134
 $\int_{\Gamma} f \, d\mu$, 142
 λ , 164
 λ_1 , 164
 λ_d , 159
 \mathbb{D} , 212
 \mathbb{T} , 102
 $\mathcal{A} \otimes \mathcal{B}$, 175
 $\mathcal{A}(\mathcal{K})$, 131
 $\mathcal{A}(\mathcal{T}^1)$, 153
 $\mathcal{A}(\mathcal{T}^d)$, 159
 $\mathcal{A}(\phi_{\uparrow \downarrow}^M)$, 145
 $\mathcal{A}(\psi)$, 145
 $\mathcal{D}(\mathcal{K})$, 151
 \mathcal{D}_d , 161
 \mathcal{E} , 131
 $\mathcal{F}(\mathcal{A})_{\mathbb{C}}^1$, 289
 $\mathcal{F}(\mathcal{A})_{\mathbb{R}}^1$, 289
 $\mathcal{F}((\mathcal{A} \otimes \mathcal{B})_{\mu, \nu})$, 177
 \mathcal{F}_+ , 122
 $\mathcal{L}(\Omega, \mathcal{A}, \mu, \mathbb{C})$, 285
 $\mathcal{L}(\Omega, \mathcal{A}, \mu, \mathbb{R})$, 285
 $\mathcal{L}^1(\Omega, \mathcal{A}, \mu, [-\infty, +\infty])$, 137
 $\mathcal{L}^1(\Omega, \mathcal{A}, \mu, \mathbb{C})$, 185

- $\mathcal{L}^1(\Omega, \mathcal{A}, \mu, \mathbb{R})$, 137
 $\mathcal{L}^1(\Omega, \mathcal{A}, \mu, \mathbb{R}^d)$, 184
 \mathcal{L}^d , 162
 $\mathcal{L}^p(\Omega, \mathcal{A}, \mu, [-\infty, +\infty])$, 280
 $\mathcal{L}^p(\Omega, \mathcal{A}, \mu, \mathbb{C})$, 282
 $\mathcal{L}^p(\Omega, \mathcal{A}, \mu, \mathbb{R})$, 280
 \mathcal{R}_ω , 168
 \mathcal{T}^p , 2
 $\mathcal{T}^<$, 2
 $\mathcal{T}^>$, 13
 \mathcal{T}_X , 23
 μ -Nullmenge, 134
 μ -fast überall, 138
 $\mu \perp \nu$, 333
 $\mu \circ T^{-1}$, 143
 $\mu \otimes \nu$, 178
 $\nu \ll \mu$, 333, 347
 ω_F , 159
 $\overline{\mathcal{B}}$, 149
 ∂G , 104
 $\partial^o G$, 106
 $\partial^s G$, 104
 $\phi_{\uparrow\downarrow}^M$, 144
 ϕ_{\uparrow}^M , 126
 $\prod_{i \in I} \mathcal{T}_i$, 25
 σ -Algebra, 130
 finale, 208
 von Mengensystem erzeugte, 131
 σ -additiv, 128
 σ -kompakt, 241
 σ -Algebra
 initiale, 173
 Produkt-, 174
 Spur-, 142
 σ -endlich, 134
 \sim_μ , 138, 282
 $\text{supp } \mu$, 172
 $\text{supp}(f)$, 54
 $d(A)$, 45
 $d(A, B)$, 45
 $d(x, A)$, 45
 $f \sim_\mu g$, 138, 282
 f_t , 292
 $g \cdot \mu$, 140, 343
 k_δ , 249
 $x_i \xrightarrow{i \in I} x$, 4
 $\mathcal{B}(X, \mathbb{C})$, 27
 $\mathcal{B}(X, \mathbb{R})$, 27
 \mathcal{F}_\uparrow^M , 122
(A1)-(A3), 7
(ABI), 3
(ABII), 16
(B1), (B2), 18
(F1)-(F3), 3
(O1)-(O3), 1
(T1), 31
(T2), 5
(T3), 33
(T4), 33
äquivalent, 109
äußeres Maß, 205
Abbildung
 offene, 83
 stetige, 11
Ableitung
 schwache, 297
Abschluss einer Menge, 7
absolut stetig, 333, 347
Abstand
 von Element und Teilmenge, 45
 von zwei Teilmengen, 45
abzählbare Menge, 375
Abzählbarkeitsaxiom
 erstes, 3
 zweites, 16
äquivalente Metriken, 2
Alexandroff-Kompaktifizierung, 53
Algebra
 nirgends verschwindend, 57
 punktetrennende, 57
Algebra von Funktionen, 56
Atlas, 109
Auswahlaxiom, 379
Auswahlfunktion, 379
Banachalgebra, 295
 kommutative, 295
Banachscher Fixpunktsatz, 73
Basis
 eines Filters, 3
Basis einer Topologie, 16
Betafunktion, 181

- Bild
 - wesentliches, 211
- Bildmaß, 143
- Borel-Teilmenge, 131, 153
- Borelmaß, 155, 167
- Cauchy-Schwarzsche Ungleichung, 316
- Darstellungssatz von Fischer-Riesz, 333
- Darstellungssatz von Riesz, 156
- dicht, 7
 - in einer Menge, 7
- Dichte, 335, 347
- Diffeomorphismus, 83, 112
 - C^1 -, 83
 - C^k -, 83
- Dirichlet-Kern, 323
- Divergenz, 259
- Dualraum
 - topologischer, 337
- Durchmesser einer Teilmenge, 45
- dyadische Rechtecke, 161
- Dynkin-System, 151
- Einbettung, 91
 - zu Karte gehörige, 91
- Einheit
 - approximative, 296
- Einheitssphäre, 229
- Einpunkt-Kompaktifizierung, 53
- endlich, 134
- endliche Durchschnittseigenschaft, 39
- Erste Greensche Identität, 260
- erstes Abzählbarkeitsaxiom, 3
- Euklidische Topologie, 2
- Faktorisierungsabbildung, 28
- Faltung
 - L^1 - L^1 , 294
 - L^1 - L^∞ , 247
 - L^p - L^q , 295
 - Träger, 248
 - von zwei Funktionen, 247
- Filter, 3
- Filterbasis, 3
- finale Topologie, 28
- Fixpunkt, 232
- Fixpunktsatz
 - Banachscher, 73
- Fläche, 87
- folgenkompakt, 52
- Fortsetzungssatz, 149
- Fortsetzungssatz von Tietze, 37
- Fourierkoeffizienten
 - einer $L^2[-\pi, \pi]$ -Funktion, 321
 - eines komplexen Maßes, 354
- Fourierreihe, 319, 321
- Fouriertransformation, 303
- Fouriertransformierte, 303
- Funktion
 - \mathbb{R}^d -wertige, integrierbar, 184
 - \mathbb{R}^d -wertige, messbare, 184
 - \mathcal{A} - \mathcal{B} -messbare, 131
 - ganze, 305
 - gerade, 322
 - harmonische, 262
 - im Unendlichen verschwindende, 54
 - integrierbare, 136
 - komplexwertige, integrierbar, 184
 - komplexwertige, messbare, 184
 - lokal integrierbare, 297
 - messbare bezüglich \mathcal{A} , 131
 - mit kompaktem Träger, 54
 - stetige, 11
 - Träger einer, 54
 - ungerade, 322
 - von beschränkter Variation, 366
- Funktional
 - M -fortsetzbares, 126
 - positives, lineares, 153
- Funktionenmenge
 - gleichgradig stetige, 50
- Gammafunktion, 167
 - Grenzwertdarstellung, 190
- Gaußscher Integralsatz, 259
- gerade Funktionen, 322
- gesättigte Teilmenge, 29
- getrennte Mengen, 30
 - durch offene Mengen, 30
 - durch stetige Funktion, 36
- gleichgradig stetige Funktionenmenge, 50
- gleichmächtige Mengen, 375

- Gradient, 259
Greenscher Integralsatz, 260
Gruppe
 affine, 226, 271
 lokalkompakte, 191
 topologisch, 191
 unimodulare, 201
Häufungspunkt einer Menge, 9
Häufungspunkt eines Netzes, 10
Höldersche Ungleichung, 277
Haarsches Maß
 Linkes, 201
 Rechtes, 201
Hahnsche Zerlegung, 344
Hahnscher Zerlegungssatz, 343
halbstetig
 von oben, 13
 von unten, 13, 154
harmonisch, 262
Hausdorff, 5
Hausdorffsch, 5
Hilbertraum, 316
homöomorphe topologische Räume, 15
Homöomorphismus, 15
im Unendlichen verschwindende Funktion, 54
implizites Differenzieren, 75
induktiv geordnet, 379
initiale σ -Algebra, 173
initiale Topologie, 21
Innere einer Menge, 10
Integral
 Lebesguesches, 134, 136
 nach komplexem Maß, 348
 Riemannsches, 164
integrierbare Treppenfunktionen, 289
isolierter Punkt, 9
Jensensche Ungleichung, 279
Karte, 109
 mit Atlas verträgliche, 109
Karte einer Teilmenge von \mathbb{R}^p , 87
kompakt, 39
 abzählbar, 52
 folgen-, 52
Komplement
 orthogonales, 317
komplexe Maße
 absolute Stetigkeit, 347
komplexes Maß, 342
konvergentes Netz bezüglich Topologie, 4
Konvergenz
 fast gleichmäßige, 286
 im Maß, 283
Kreuzprodukt, 246
Kugelkoordinaten, 89, 221
Kurve, 87
Lagrangesche Multiplikatorenregel, 101
Lagrangeschen Multiplikator, 102
Laplace, 259
Laplacetransformierte, 314
Lebesgue-Integral, 134, 136
Lebesgue-Teilmenge, 162
Lebesgues-Maß, 159
Lemma
 von Fatou, 135
 von Urysohn, 36
 von Zorn, 381
Lie Gruppe, 90
linkes Haarsches Maß, 201
Lipschitz stetig, 227
Lokalisationsprinzip, 327
lokalkompakte Gruppe, 191
lokalkompakter topologischer Raum, 53
Möbiusband, 99, 119
Maß, 128
 σ -endliches, 134
 äußeres, 205
 absolut stetiges, 333
 Bild-, 143
 Borel-, 155, 167
 endliches, 134
 komplexes, 342
 linksinvariantes, 193
 lokal endliches, 167, 170
 metrisches äußeres, 205
 rechtsinvariantes, 198
 reelles, 342
 reguläres, 167
 reguläres, komplexes, 351

- reguläres, reelles, 351
- Riesz-reguläres, 155
- signiertes, 342
- vollständiges, 145
- von innen reguläres, 167
- Wahrscheinlichkeits-, 279
- Maße
 - zueinander singuläre, 333
- Maßraum, 134, 183
 - Vervollständigung von, 149
- Majorante
 - integrierbare, 186, 187
- Mannigfaltigkeit, 109
 - implizit definierte, 87
 - Produkt-, 111
- Mannigfaltigkeit im \mathbb{R}^p , 87
- Menge
 - σ -endliche bezüglich Maß, 134
 - abgeschlossene, 6
 - Abschluss einer, 7
 - abzählbare, 375
 - dichte, 7
 - endliche bezüglich Maß, 134
 - gesättigte, 29
 - induktiv geordnete, 379
 - Inneres einer, 10
 - kompakte, 39
 - kritischen Punkte, 228
 - offene, 1
 - reguläre, 167
 - relativ kompakte, 39
 - strikt induktiv geordnete, 379
 - total beschränkte, 47
 - unendliche, 382
 - von außen reguläre, 167
 - von innen reguläre, 167
 - zusammenhängende, 31
- Mengen
 - durch offene Mengen getrennte, 30
 - getrennte, 30
 - gleichmächtige, 375
- Mengendifferenz
 - symmetrische, 288, 290
- Mengenfunktion
 - σ -additive, 128
- Messraum, 130
- Metriken
 - äquivalente, 2
- metrisches äußeres Maß, 205
- metrisierbar, 49
- metrisierbarer topologischer Raum, 49
- Minkowskische Ungleichung, 278
- Mittelwerteigenschaft harmonischer Funktionen, 268
- Modularfunktion, 201
- Mollifier, 249
- Multiindex, 297
- Nabla, 259
- Netz
 - konvergentes bezüglich Topologie, 4
- Neumannsche Reihe, 230
- nirgends verschwindende Algebra, 57
- Normale
 - äußere, 106
- normaler topologischer Raum, 33
- Normalvektor, 99
- Nullmenge, 134
- Oberflächenmaß, 236, 238
- oberhalbstetig, 13
- offene Abbildung, 25
- orthogonale Komplement, 317
- orthogonale Projektion, 318
- Orthogonalsystem, 317
- Orthonormalbasis, 319
- Orthonormalsystem, 317
- Parameterintegral
 - Differenzierbarkeit von, 187
 - Holomorphie von, 188
 - Stetigkeit von, 186
- Poisson-Darstellung, 267
- Poissonkern, 265
- Polarkoordinaten, 219
- Polnischer Raum, 170
- Polynom
 - trigonometrisches, 60
- positives, lineares Funktional, 153
- Produkt von Funktion und Maß, 140
- Produkt- σ -Algebra, 174
- Produktmaß, 180
- Produkttopologie, 25

- Projektion
 orthogonale, 318
- Punkt
 isolierter, 9
 punktetrennende Funktionenmenge, 50, 57
 Punktmaß bei einem Punkt, 136
- Quotiententopologie, 28
- Rand, 63
 durch Mannigfaltigkeit darstellbar, 104
 glatter, 104
 orientierbarer, 106
 topologischer, 104
- Raum
 (T₂)-, 5
 Hausdorff, 5
 topologischer, 1
- Rechenregeln
 für $[-\infty, +\infty]$, 121
 für $[0, +\infty]$, 121
- Rechtecke
 dyadische, 161
- rechtes Haarsches Maß, 201
- reelle Maße
 absolute Stetigkeit, 347
- reelles Maß, 342
- regulär
 von außen, 167
 von innen, 167
- regulärer topologischer Raum, 33
- Riemann-Integral, 164
- Riemann-Stieltjes-Integral, 158
- Ring
 von Teilmengen, 124
- Satz
 über die Inverse Funktion, 86
 über implizite Funktionen, 77
 von Lindelöf, 237
 Darstellungssatz von Fischer-Riesz, 333
 Darstellungssatz von Riesz, 156
 Fixpunktsatz von Banach, 73
 Fixpunktsatz von Brouwer, 232
 Fortsetzungssatz, 149
 Fortsetzungssatz von Tietze, 37
 Gaußscher Integralsatz, 259
 Greenscher Integralsatz, 260
 Hahnscher Zerlegungssatz, 343
 Rangsatz, 100
 Satz über implizite Funktionen, 86
 Umkehrsatz, 82
 Vergleichssatz, 151
 von Ascoli, 50
 von Carathéodory, 146
 von der beschränkten Konvergenz, 139
 von der Invarianz der Dimension, 235
 von der Invarianz offener Mengen, 235
 von der monotonen Konvergenz, 135
 von Fubini, 178
 von Jegorow, 289
 von Peano, 52, 69
 von Picrad-Lindelöf, 74
 von Radon-Nikodym, 335
 von Riesz-Markov, 353
 von Sard, 228
 von Schröder-Bernstein, 377
 von Stone-Weierstraß, 58
 von Tychonoff, 44
 Zerlegungssatz von Lebesgue, 336
- schwache Ableitung, 297
- Schwartz Klasse, 310
- Seminorm, 280, 337
- separabel, 7
- separable Menge, 7
- signiertes Maß, 342
- singuläre Maß, 333
- Skalarprodukt, 316
- Skalarproduktraum, 316
- Spur- σ -Algebra, 142
- Spurtopologie, 23
- stetig, 11
 gleichgradig, 50
 in einem Punkt, 11
- stetig differenzierbare Abbildung, 112
- stetige
 Abbildung, 11
 Funktion, 11
- Stieltjessche Umkehrformel, 210
- strikt induktiv geordnet, 379
- Subbasis einer Topologie, 16
- Supremum
 wesentliches, 278

- symmetrische Mengendifferenz, 288, 290
 Tangentialraum, 97
 Teilmannigfaltigkeit, 110
 Teilmenge
 Borel-Teilmenge, 131, 153
 Lebesgue-Teilmenge, 162
 Teilraum
 topologischer, 23
 Testfunktion, 297
 Topologie, 1
 Basis von, 16
 cofinite, 66
 diskrete, 2
 Euklidische, 2
 feinere, 16
 finale, 28
 gröbere, 16
 initiale, 21
 Klumpentopologie, 2
 normale, 33
 Produkt-, 25
 Quotienten-, 28
 reguläre, 33
 Spur-, 23
 Subbasis von, 16
 von einer Metrik induzierte, 2
 topologische Gruppe, 191
 topologische Räume
 homöomorphe, 15
 topologischer Raum
 lokalkompakter, 53
 metrisierbarer, 49
 topologischer Teilraum, 23
 Torus, 94
 total beschränkte Menge, 47
 totale Variation, 346
 Träger, 296
 eines Maßes, 172
 Träger einer Funktion, 54
 Transformationsformel, 216
 Trennungssaxiom
 (T1), 31
 (T2), 5
 (T3), 33
 (T4), 33
 Treppenfunktion, 124
 \mathbb{R}^d -wertige, 185
 integrierbare, 289
 trigonometrisches Polynom, 60
 Umgebung, 3
 Umgebungsbasis, 3
 Umgebungsfilter, 3
 Umkehrformel
 Stieltjessche, 210
 unendlich, 382
 ungerade Funktionen, 322
 Ungleichung
 Cauchy-Schwarz, 316
 Höldersche, 277
 Jensensche, 279
 Minkowski, 278
 unimodular, 201
 unterhalbstetig, 13
 Untermannigfaltigkeit, 87, 110
 Untermannigfaltigkeit von \mathbb{R}^p , 87
 Variation
 einer Funktion, 366
 eines Maßes, 344, 345
 totale, 346
 Vektor
 ins Äußere zeigend, 106
 ins Innere zeigend, 106
 Vergleichssatz, 151
 Verteilungsfunktion
 eines Borelmaßes, 357
 eines komplexen Maßes, 366
 Vervollständigung, 149
 Wahrscheinlichkeitsmaß, 279
 Wahrscheinlichkeitsraum, 279
 wesentliche Supremum, 278
 Zählmaß, 136
 Zerlegung der Eins
 glatte, 252
 Zerlegungssatz von Lebesgue, 336
 zusammenhängend, 31
 Zusammenhangskomponente, 32
 Zweite Greensche Identität, 260
 zweites Abzählbarkeitsaxiom, 16