

# Einführung in das Programmieren für Technische Mathematik

Prof. Dr. Dirk Praetorius

Fr. 10:15 - 11:45, Freihaus HS 8

---



Institut für Analysis  
und Scientific Computing

# Formalia

- ▶ Rechte & Pflichten
- ▶ Benotung
- ▶ Anwesenheitspflicht
- ▶ Literatur

## EPROG-Homepage

- ▶ <http://www.asc.tuwien.ac.at/eprog/>
  - alle Regeln & Pflichten & Benotungsschema
  - Download der Folien & Übungen
  - Termine der VO und UE
  - freiwilliges UE-Material (alte Tests!)
  - Evaluation & Notenspiegel

## Literatur

- ▶ VO-Folien zum Download auf Homepage
  - vollständige Folien aus dem letzten Semester
  - aktuelle Folien wöchentlich jeweils vor Vorlesung
- ▶ formal keine weitere Literatur nötig
- ▶ zwei freie Bücher zum Download auf Homepage
- ▶ weitere Literaturhinweise auf der nächsten Folie

## „freiwillige“ Literatur

- ▶ Brian Kernighan, Dennis Ritchie  
*Programmieren in C*
- ▶ Klaus Schmaranz  
*Softwareentwicklung in C*
- ▶ Ralf Kirsch, Uwe Schmitt  
*Programmieren in C, eine mathematikorientierte Einführung*
  
- ▶ Bjarne Stroustrup  
*Die C++ Programmiersprache*
- ▶ Klaus Schmaranz  
*Softwareentwicklung in C++*
- ▶ Dirk Louis  
*Jetzt lerne ich C++*
- ▶ Jesse Liberty  
*C++ in 21 Tagen*

# Das erste C-Programm

- ▶ Programm & Algorithmus
  - ▶ Source-Code & Executable
  - ▶ Compiler & Interpreter
  - ▶ Syntaxfehler & Laufzeitfehler
  - ▶ Wie erstellt man ein C-Programm?
- 
- ▶ `main`
  - ▶ `printf` (Ausgabe von Text)
  - ▶ `#include <stdio.h>`

# Programm

- ▶ Ein **Computerprogramm** oder kurz **Programm** ist eine Folge von Anweisungen, die den Regeln einer Programmiersprache genügen, um auf einem Computer eine bestimmte Funktionalität, Aufgaben- oder Problemstellung bearbeiten oder lösen zu können.
  - Anweisungen = **Deklarationen** und **Instruktionen**
    - \* **Deklaration** = z.B. Definition von Variablen
    - \* **Instruktion** = „tue etwas“
  - BSP: suche einen Telefonbucheintrag
  - BSP: berechne den Wert eines Integrals

# Algorithmus

- ▶ Ein **Algorithmus** ist eine aus endlich vielen Schritten bestehende, eindeutige und ausführbare Handlungsvorschrift zur Lösung eines Problems oder einer Klasse von Problemen.
  - BSP: Berechne die Lösung eines linearen Gleichungssystems mittels Gauß-Elimination
  - BSP: Berechne die Nullstelle eines quadratischen Polynoms mittels  $p$ - $q$ -Formel
- ▶ IdR. unendlich viele Algorithmen für ein Problem
  - IdR. sind Algorithmen unterschiedlich „gut“
    - \* Was heißt „gut“? (später!)

# Source-Code

- ▶ in Programmiersprache geschriebener Text eines Computerprogramms
- ▶ wird bei Ausführung bzw. Compilieren **schrittweise** abgearbeitet
- ▶ im einfachsten Fall: **sequentiell**
  - Programmzeile für Programmzeile
  - von oben nach unten

## Programmiersprachen

- ▶ Grobe Unterscheidung in Interpreter- und Compiler-basierte Sprachen
- ▶ **Interpreter** führt Source-Code zeilenweise bei der Übersetzung aus
  - d.h. Übersetzen & Ausführen ist gleichzeitig
  - z.B. Matlab, Java, PHP
- ▶ **Compiler** übersetzt Source-Code in ein ausführbares Programm (Executable)
  - Executable ist eigenständiges Programm
  - d.h. (1) Übersetzen, dann (2) Ausführen
  - z.B. C, C++, Fortran
- ▶ Alternative Unterscheidung (siehe Schmaranz)
  - **imperative Sprachen**, z.B. Matlab, C, Fortran
  - **objektorientierte Sprachen**, z.B. C++, Java
  - **funktionale Sprachen**, z.B. Lisp

# Achtung

- ▶ C ist Compiler-basierte Programmiersprache
- ▶ Compilierter Code ist *systemabhängig*,
  - d.h. Code läuft idR. nur auf dem System, auf dem er compiliert wurde
- ▶ Source-Code ist *systemunabhängig*,
  - d.h. er sollte auch auf anderen Systemen compiliert werden können.
- ▶ C-Compiler unterscheiden sich leicht
  - Bitte vor Übung alle Programme auf der [lva.student.tuwien.ac.at](http://lva.student.tuwien.ac.at) mit dem Compiler `gcc` compilieren und testen
  - nicht-lauffähiger Code = schlechter Eindruck und ggf. schlechtere Note...



## Wie erstellt man ein C-Programm?

- ▶ Starte Editor Emacs aus einer Shell mit `emacs &`
  - Die wichtigsten Tastenkombinationen:
    - \* `C-x C-f` = Datei öffnen
    - \* `C-x C-s` = Datei speichern
    - \* `C-x C-c` = Emacs beenden
- ▶ Öffne eine (ggf. neue) Datei `name.c`
  - Endung `.c` ist Kennung eines C-Programms
- ▶ Die ersten beiden Punkte kann man auch simultan erledigen mittels `emacs name.c &`
- ▶ Schreibe den sog. *Source-Code* (= C-Programm)
- ▶ Abspeichern mittels `C-x C-s` nicht vergessen
- ▶ Compilieren z.B. mit `gcc name.c`
- ▶ Falls Code fehlerfrei, erhält man *Executable* `a.out` unter Windows: `a.exe`
- ▶ Diese wird durch `a.out` bzw. `./a.out` gestartet
- ▶ Compilieren mit `gcc name.c -o output` erzeugt Executable `output` statt `a.out`

# Das erste C-Programm

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     printf("Hello World!\n");
5 }
```

- ▶ Zeilennummern gehören *nicht* zum Code (sind lediglich Referenzen auf Folien)
- ▶ Jedes C-Programm besitzt die Zeilen 3 und 5.
- ▶ Die Ausführung eines C-Programms startet *immer* bei `main()` – egal, wo `main()` im Code steht
- ▶ Klammern `{...}` schließen in C sog. *Blöcke* ein
- ▶ Hauptprogramm `main()` bildet immer einen Block
- ▶ Logische Programmzeilen enden mit *Semikolon*, vgl. 4
- ▶ `printf` gibt Text aus (in *Anführungszeichen*),
  - `\n` macht einen Zeilenumbruch
- ▶ Anführungszeichen *müssen* in derselben Zeile sein
- ▶ Zeile 1: Einbinden der Standardbibliothek für Input-Output (später mehr!)

## main() vs. int main()

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     printf("Hello World!\n");
5 }
```

- ▶ Sprache C hat sich über Jahre verändert
- ▶ `main()` { in Zeile 3 ist C89-Standard
- ▶ C99 und C++ erfordern `int main()` {

```
1 #include <stdio.h>
2
3 int main() {
4     printf("Hello World!\n");
5     return 0;
6 }
```

- ▶ Bedeutung:
  - `main()` kommuniziert mit Betriebssystem
  - Rückgabewert (`return`) gibt ggf. Fehlercode
  - Rückgabe Null = kein Fehler aufgetreten
- ▶ in diesem Fall auch `return 0;` sinnvoll
  - Genaueres später → Funktionen!
- ▶ Konsequenz:
  - Falls Ihr C-Compiler Code oben nicht akzeptiert, Code unten verwenden!
  - Code von Folien entsprechend anpassen!

# Syntaxfehler

- ▶ **Syntax** = Wortschatz (Befehle) & Grammatik einer Sprache (Was man wie verbinden kann...)
- ▶ **Syntaxfehler** = Falsche Befehle oder Verwendung
  - merkt Compiler und gibt Fehlermeldung

```
1 main() {  
2   printf("Hello World!\n");  
3 }
```

- ▶ Warnung, weil Einbindung der `stdio.h` fehlt  
wrongworld1.c:2: warning: incompatible implicit declaration of built-in function printf
- ▶ C++ Compiler liefert Fehler wegen `int main() {`  
wrongworld1.c:1: error: C++ requires a type specifier for all declarations

```
1 #include <stdio.h>  
2  
3 main() {  
4   printf("Hello World!\n")  
5 }
```

- ▶ Fehlt Semikolon am Zeilenende 4
  - Compilieren liefert Fehlermeldung:  
wrongworld2.c:5: error: syntax error before } token

# Laufzeitfehler

- ▶ Fehler, der erst bei Programm-Ausführung auftritt
  - viel schwerer zu finden
  - durch sorgfältiges Arbeiten möglichst vermeiden

# Variablen

- ▶ Was sind Variable?
- ▶ Deklaration & Initialisierung
- ▶ Datentypen int und double
- ▶ Zuweisungsoperator =
- ▶ arithmetische Operatoren + - \* / %
- ▶ Type Casting
  
- ▶ int, double
- ▶ printf (Ausgabe von Variablen)
- ▶ scanf (Werte über Tastatur einlesen)

# Variable

- ▶ Variable = symbolischer Name für Speicherbereich
- ▶ Variable in Math. und Informatik verschieden:
  - Mathematik: Sei  $x \in \mathbb{R}$  fixiert  $x$
  - Informatik:  $x = 5$  weist  $x$  den Wert 5 zu, Zuweisung kann jederzeit geändert werden  
z.B.  $x = 7$

## Variablen-Namen

- ▶ bestehen aus Zeichen, Ziffern und Underscore `_`
  - maximale Länge = 31
  - erstes Zeichen darf keine Ziffer sein
- ▶ Klein- und Großschreibung wird unterschieden
  - d.h. `Var`, `var`, `VAR` sind 3 verschiedene Variablen
- ▶ **Konvention:** Namen sind `klein_mit_underscores`

## Datentypen

- ▶ Bevor man Variable benutzen darf, muss man idR. erklären, welchen **Typ** Variable haben soll
- ▶ Elementare Datentypen:
  - **Gleitkommazahlen** (ersetzt  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ), z.B. `double`
  - **Integer, Ganzzahlen** (ersetzt  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ), z.B. `int`
  - Zeichen (Buchstaben), idR. `char`
- ▶ `int x;` deklariert Variable `x` vom Typ `int`

# Deklaration

- ▶ **Deklaration** = das Anlegen einer Variable
  - d.h. Zuweisung von Speicherbereich auf einen symbolischen Namen & Angabe des Datentyps
  - Zeile `int x;` deklariert Variable `x` vom Typ `int`
  - Zeile `double var;` deklariert `var` vom Typ `double`

# Initialisierung

- ▶ Durch Deklaration einer Variablen wird lediglich Speicherbereich zugewiesen
- ▶ Falls noch kein konkreter Wert zugewiesen:
  - Wert einer Variable ist zufällig
- ▶ Deshalb direkt nach Deklaration der neuen Variable Wert zuweisen, sog. **Initialisierung**
  - `int x;` (Deklaration)
  - `x = 0;` (Initialisierung)
- ▶ Deklaration & Initialisierung auch in einer Zeile möglich: `int x = 0;`

## Ein erstes Beispiel zu int

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int x = 0;
5
6     printf("Input: x=");
7     scanf("%d",&x);
8     printf("Output: x=%d\n",x);
9 }
```

- ▶ Einbinden der Input-Output-Funktionen (Zeile 1)
  - **printf** gibt Text (oder Wert einer Var.) aus
  - **scanf** liest Tastatureingabe ein in eine Variable

- ▶ Prozentzeichen % in Zeile 7/8 leitet Platzhalter ein

| Datentyp | Platzhalter <b>printf</b> | Platzhalter <b>scanf</b> |
|----------|---------------------------|--------------------------|
| int      | %d                        | %d                       |
| double   | %f                        | %lf                      |

- ▶ Beachte & bei **scanf** in Zeile 7
  - **scanf("%d",&x)**
  - aber: **printf("%d",x)**
- ▶ Wenn man & vergisst ⇒ Laufzeitfehler
  - Compiler merkt Fehler nicht (kein Syntaxfehler!)
  - Sorgfältig arbeiten!



## Dasselbe Beispiel zu double

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     double x = 0;
5
6     printf("Input: x=");
7     scanf("%lf",&x);
8     printf("Output: x=%f\n",x);
9 }
```

- ▶ Beachte Platzhalter in Zeile 7/8
  - `scanf("%lf",&x)`
  - aber: `printf("%f",x)`
- ▶ Verwendet man `%f` in 7  $\Rightarrow$  Falsches Einlesen!
  - vermutlich Laufzeitfehler!
  - sorgfältig arbeiten!

# Zuweisungsoperator

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int x = 1;
5     int y = 2;
6
7     int tmp = 0;
8
9     printf("a) x=%d, y=%d, tmp=%d\n",x,y,tmp);
10
11     tmp = x;
12     x = y;
13     y = tmp;
14
15     printf("b) x=%d, y=%d, tmp=%d\n",x,y,tmp);
16 }
```

- ▶ Das einfache Gleich = ist **Zuweisungsoperator**
  - **Zuweisung immer rechts nach links!**
- ▶ Zeile **x = 1;** weist den Wert auf der rechten Seite der Variablen x zu
- ▶ Zeile **x = y;** weist den Wert der Variablen y der Variablen x zu
  - insb. haben x und y danach denselben Wert
  - d.h. Vertauschen der Werte nur mit Hilfsvariable
- ▶ Output:
  - a) x=1, y=2, tmp=0
  - b) x=2, y=1, tmp=1

# Arithmetische Operatoren

- ▶ Bedeutung eines Operators kann vom Datentyp abhängen!
- ▶ Operatoren auf Ganzzahlen:
  - $a=b$ ,  $-a$  (Vorzeichen)
  - $a+b$ ,  $a-b$ ,  $a*b$ ,  $a/b$  (Division ohne Rest),  
 $a\%b$  (Divisionsrest)
- ▶ Operatoren auf Gleitkommazahlen:
  - $a=b$ ,  $-a$  (Vorzeichen)
  - $a+b$ ,  $a-b$ ,  $a*b$ ,  $a/b$  ("normale" Division)
- ▶ Achtung:  $2/3$  ist Ganzzahl-Division, also Null!
- ▶ Notation für Gleitkommazahlen:
  - Vorzeichen -, falls negativ
  - Vorkommastellen
  - Dezimalpunkt
  - Nachkommastellen
  - $e$  oder  $E$  mit *ganzzahligem* Exponenten (10er Potenz!), z.B.  $2e2 = 2E2 = 2 \cdot 10^2 = 200$ 
    - \* Wegfallen darf entweder Vor- oder Nachkommastelle (sonst sinnlos!)
    - \* Wegfallen darf entweder Dezimalpunkt oder  $e$  bzw.  $E$  mit Exponent (sonst Integer!)
- ▶ Also:  $2./3.$  ist Gleitkommadivision  $\approx 0.\bar{6}$

# Type Casting

- ▶ Operatoren können auch Variablen verschiedener Datentypen verbinden
- ▶ Vor der Ausführung werden beide Variablen auf denselben Datentyp gebracht (**Type Casting**)

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int x = 1;
5     double y = 2.5;
6
7     int sum_int = x+y;
8     double sum_dbl = x+y;
9
10    printf("sum_int = %d\n",sum_int);
11    printf("sum_dbl = %f\n",sum_dbl);
12 }
```

- ▶ Welchen Datentyp hat **x+y** in Zeile 7, 8?
  - Den mächtigeren Datentyp, also **double**!
  - Type Casting von Wert **x** auf **double**
- ▶ Zeile 7: Type Casting, da **double** auf **int** Zuweisung
  - durch Abschneiden, nicht durch Rundung!
- ▶ Output:
  - sum\_int = 3
  - sum\_dbl = 3.500000

# Implizites Type Casting

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     double dbl1 = 2 / 3;
5     double dbl2 = 2 / 3.;
6     double dbl3 = 1E2;
7     int int1 = 2;
8     int int2 = 3;
9
10    printf("a) %f\n",dbl1);
11    printf("b) %f\n",dbl2);
12
13    printf("c) %f\n",dbl3 * int1 / int2);
14    printf("d) %f\n",dbl3 * (int1 / int2) );
15 }
```

▶ Output:

- a) 0.000000
- b) 0.666667
- c) 66.666667
- d) 0.000000

▶ Warum Ergebnis 0 in a) und d) ?

- 2, 3 sind **int** ⇒ **2/3** ist Ganzzahl-Division

▶ Werden Variablen verschiedenen Typs durch arith. Operator verbunden, Type Casting auf „gemeinsamen“ (mächtigeren) Datentyp

- vgl. Zeile 5, 13, 14
- 2 ist **int**, 3. ist **double** ⇒ **2/3.** ergibt **double**

# Explizites Type Casting

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int a = 2;
5     int b = 3;
6     double dbl1 = a / b;
7     double dbl2 = (double) (a / b);
8     double dbl3 = (double) a / b;
9     double dbl4 = a / (double) b;
10
11     printf("a) %f\n",dbl1);
12     printf("b) %f\n",dbl2);
13     printf("c) %f\n",dbl3);
14     printf("d) %f\n",dbl4);
15 }
```

- ▶ Kann dem Compiler mitteilen, in welcher Form eine Variable interpretiert werden muss
  - Dazu Ziel-Typ in Klammern voranstellen!
- ▶ Output:
  - a) 0.000000
  - b) 0.000000
  - c) 0.666667
  - d) 0.666667
- ▶ In Zeile 7, 8, 9: Explizites Type Casting (jeweils von **int** zu **double**)
- ▶ In Zeile 8, 9: Implizites Type Casting

## Fehlerquelle beim Type Casting

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int a = 2;
5     int b = 3;
6     double dbl = (double) a / b;
7
8     int i = dbl;
9
10    printf("a) %f\n",dbl);
11    printf("b) %f\n",dbl*b);
12    printf("c) %d\n",i);
13    printf("d) %d\n",i*b);
14 }
```

▶ Output:

- a) 0.666667
- b) 2.000000
- c) 0
- d) 0

▶ Implizites Type Casting sollte man vermeiden!

- d.h. Explizites Type Casting verwenden!

▶ Bei Rechnungen Zwischenergebnisse in richtigen Typen speichern!

# Einfache Verzweigung

- ▶ Logische Operatoren == != > >= < <=
  - ▶ Logische Junktoren ! && ||
  - ▶ Wahrheit und Falschheit bei Aussagen
  - ▶ Verzweigung
- 
- ▶ if
  - ▶ if - else



## Logische Operatoren

- ▶ Es seien  $a, b$  zwei Variablen (auch versch. Typs!)
  - Vergleich (z.B.  $a < b$ ) liefert Wert  $1$ , falls wahr
  - bzw.  $0$ , falls falsch

- ▶ Übersicht über Vergleichsoperatoren:

|      |                                     |
|------|-------------------------------------|
| $==$ | Gleichheit (ACHTUNG mit Zuweisung!) |
| $!=$ | Ungleichheit                        |
| $>$  | echt größer                         |
| $>=$ | größer oder gleich                  |
| $<$  | echt kleiner                        |
| $<=$ | kleiner oder gleich                 |

- ▶ Stets bei Vergleichen Klammer setzen!
  - fast immer unnötig, aber manchmal eben nicht!

- ▶ Weitere logische Iunktoren:

|        |       |
|--------|-------|
| $!$    | nicht |
| $\&\&$ | und   |
| $  $   | oder  |

# Logische Verkettung

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int result = 0;
5
6     int a = 3;
7     int b = 2;
8     int c = 1;
9
10    result = (a > b > c);
11    printf("a) result=%d\n",result);
12
13    result = (a > b) && (b > c);
14    printf("b) result=%d\n",result);
15 }
```

▶ Output:

- a) result=0
- b) result=1

▶ Warum ist Aussage in 10 falsch, aber in 13 wahr?

- Auswertung von links nach rechts:
  - \*  $a > b$  ist wahr, also mit **1** bewertet
  - \*  $1 > c$  ist falsch, also mit **0** bewertet
  - \* Insgesamt wird  $a > b > c$  mit falsch bewertet!
- Aussage in 10 ist also nicht korrekt formuliert!

## if-else

- ▶ einfache Verzweigung: *Wenn - Dann - Sonst*
- ▶ `if (condition) statementA else statementB`
- ▶ nach `if` steht Bedingung *stets* in runden Klammern
- ▶ nach Bedingung steht *nie* Semikolon
- ▶ Bedingung ist *falsch*, falls sie 0 ist bzw. mit 0 bewertet wird, sonst ist die Bedingung *wahr*
  - Bedingung wahr  $\Rightarrow$  `statementA` wird ausgeführt
  - Bedingung falsch  $\Rightarrow$  `statementB` wird ausgeführt
- ▶ Statement ist
  - entweder eine Zeile
  - oder mehrere Zeilen in geschwungenen Klammern `{ ... }`, sog. Block
- ▶ `else`-Zweig ist optional
  - d.h. `else statementB` darf entfallen

## Beispiel zu if

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int x = 0;
5
6     printf("Input x=");
7     scanf("%d",&x);
8
9     if (x < 0)
10        printf("x=%d is negative\n",x);
11
12     if (x > 0) {
13        printf("x=%d is positive\n",x);
14    }
15 }
```

- ▶ abhängige Zeilen einrücken (**Lesbarkeit!**)
- ▶ **WARNUNG:** Nicht-Verwendung von Blöcken {...} ist fehleranfällig
- ▶ könnte zusätzlich **else** in Zeile 11 schreiben
  - da **if**'s sich ausschließen

## Beispiel zu if-else

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int var1 = -5;
5     double var2 = 1e-32;
6     int var3 = 5;
7
8     if (var1 >= 0) {
9         printf("var1 >= 0\n");
10    }
11    else {
12        printf("var1 < 0\n");
13    }
14
15    if (var2) {
16        printf("var2 != 0, i.e., cond. is true\n");
17    }
18    else {
19        printf("var2 == 0, i.e., cond. is false\n");
20    }
21
22    if ( (var1 < var2) && (var2 < var3) ) {
23        printf("var2 lies between the others\n");
24    }
25 }
```

- ▶ Eine Bedingung ist wahr, falls Wert  $\neq 0$ 
  - z.B. Zeile 15, aber besser: `if (var2 != 0)`

- ▶ Output:

var1 < 0

var2 != 0, i.e., cond. is true

var2 lies between the others

## Gerade oder Ungerade?

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int x = 0;
5
6     printf("Input x=");
7     scanf("%d",&x);
8
9     if (x > 0) {
10        if (x%2 != 0) {
11            printf("x=%d is odd\n",x);
12        }
13        else {
14            printf("x=%d is even\n",x);
15        }
16    }
17    else {
18        printf("Error: Input has to be positive!\n");
19    }
20 }
```

- ▶ Programm überprüft, ob eingegebene Zahl x gerade Zahl ist oder nicht
- ▶ Man kann Verzweigungen schachteln:
  - Einrückungen machen Code übersichtlicher
    - \* formal nicht notwendig, **aber trotzdem!**
  - Abhängigkeiten werden verdeutlicht

## Zwei Zahlen aufsteigend sortieren

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     double x1 = 0;
5     double x2 = 0;
6     double tmp = 0;
7
8     printf("Unsortierte Eingabe:\n");
9     printf(" x1=");
10    scanf("%lf",&x1);
11    printf(" x2=");
12    scanf("%lf",&x2);
13
14    if (x1 > x2) {
15        tmp = x1;
16        x1 = x2;
17        x2 = tmp;
18    }
19
20    printf("Aufsteigend sortierte Ausgabe:\n");
21    printf(" x1=%f\n",x1);
22    printf(" x2=%f\n",x2);
23 }
```

- ▶ Eingabe von zwei Zahlen  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$
- ▶ Zahlen werden aufsteigend sortiert
  - ggf. vertauscht
- ▶ Ergebnis wird ausgegeben

## Innen oder Außen?

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     double r = 0;
5     double x1 = 0;
6     double x2 = 0;
7     double z1 = 0;
8     double z2 = 0;
9     double dist2 = 0;
10
11     printf("Radius des Kreises r=");
12     scanf("%lf",&r);
13     printf("Mittelpunkt des Kreises x = (x1,x2)\n");
14     printf(" x1=");
15     scanf("%lf",&x1);
16     printf(" x2=");
17     scanf("%lf",&x2);
18     printf("Punkt in der Ebene z = (z1,z2)\n");
19     printf(" z1=");
20     scanf("%lf",&z1);
21     printf(" z2=");
22     scanf("%lf",&z2);
23
24     dist2 = (x1-z1)*(x1-z1) + (x2-z2)*(x2-z2);
25     if ( dist2 < r*r ) {
26         printf("z liegt im Kreis\n");
27     }
28     else {
29         if ( dist2 > r*r ) {
30             printf("z liegt ausserhalb vom Kreis\n");
31         }
32         else {
33             printf("z liegt auf dem Kreisrand\n");
34         }
35     }
36 }
```



## Gleichheit vs. Zuweisung

- ▶ Nur Erinnerung: `if (a==b)` vs. `if (a=b)`
  - beides ist syntaktisch korrekt!
  - `if (a==b)` ist Abfrage auf Gleichheit
    - \* ist vermutlich so gewollt...
  - ABER: `if (a=b)`
    - \* weist `a` den Wert von `b` zu
    - \* Abfrage, ob  $a \neq 0$
    - \* ist schlechter Programmierstil!

# Blöcke

- ▶ Blöcke {...}
- ▶ Deklaration von Variablen
- ▶ Lifetime & Scope
- ▶ Lokale & globale Variablen

## Lifetime & Scope

- ▶ **Lifetime** einer Variable
  - = Zeitraum, in dem Speicherplatz zugewiesen ist
  - = Zeitraum, in dem Variable existiert
- ▶ **Scope** einer Variable
  - = Zeitraum, in dem Variable sichtbar ist
  - = Zeitraum, in dem Variable gelesen/verändert werden kann
- ▶  $\text{Scope} \subseteq \text{Lifetime}$

## Globale & Lokale Variablen

- ▶ **globale Variablen**
  - = Variablen, die globale Lifetime haben (bis Programm terminiert)
  - eventuell lokaler Scope
  - werden am Anfang **außerhalb von main** deklariert
- ▶ **lokale Variablen**
  - = Variablen, die nur lokale Lifetime haben
- ▶ **Konvention:** erkenne Variable am Namen
  - lokale Variablen sind **klein\_mit\_underscores**
  - globale Var. haben **auch\_underscore\_hinten\_**

# Blöcke

- ▶ Blöcke stehen innerhalb von { ... }
- ▶ Jeder Block startet mit Deklaration zusätzlich benötigter Variablen
  - Variablen *können/dürfen* nur am Anfang eines Blocks deklariert werden
- ▶ Die innerhalb des Blocks deklarierten Variablen werden nach Blockende vergessen (= gelöscht)
  - d.h. Lifetime endet
  - lokale Variablen
- ▶ Schachtelung { ... { ... } ... }
  - beliebige Schachtelung ist möglich
  - Variablen aus äußerem Block können im inneren Block gelesen und verändert werden, umgekehrt *nicht*. Änderungen bleiben wirksam.
    - \* d.h. Lifetime & Scope nur nach Innen vererbt
  - Wird im äußeren und im inneren Block Variable **var** deklariert, so wird das „äußere“ **var** überdeckt und ist erst wieder ansprechbar (mit gleichem Wert wie vorher), wenn der innere Block beendet wird.
    - \* d.h. äußeres **var** ist nicht im inneren Scope
    - \* **Das ist schlechter Programmierstil!**

## Einfaches Beispiel

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int x = 7;
5     printf("a) %d\n", x);
6     x = 9;
7     printf("b) %d\n", x);
8     {
9         int x = 17;
10        printf("c) %d\n", x);
11    }
12    printf("d) %d\n", x);
13 }
```

- ▶ zwei verschiedene *lokale* Variablen **x**
  - Deklaration + Initialisierung (Zeile 4, 9)
  - unterscheide von Zuweisung (Zeile 6)
  
- ▶ Output:
  - a) 7
  - b) 9
  - c) 17
  - d) 9

## Komplizierteres Beispiel

```
1 #include <stdio.h>
2
3 int var0 = 5;
4
5 main() {
6     int var1 = 7;
7     int var2 = 9;
8
9     printf("a) %d, %d, %d\n", var0, var1, var2);
10    {
11        int var1 = 17;
12
13        printf("b) %d, %d, %d\n", var0, var1, var2);
14        var0 = 15;
15        var2 = 19;
16        printf("c) %d, %d, %d\n", var0, var1, var2);
17        {
18            int var0 = 25;
19            printf("d) %d, %d, %d\n", var0, var1, var2);
20        }
21    }
22    printf("e) %d, %d, %d\n", var0, var1, var2);
23 }
```

▶ Output:

- a) 5, 7, 9
- b) 5, 17, 9
- c) 15, 17, 19
- d) 25, 17, 19
- e) 15, 7, 19

- ▶ zwei Variablen mit Name `var0` (Zeile 3 + 18)
  - Namenskonvention absichtlich verletzt
- ▶ zwei Variablen mit Name `var1` (Zeile 6 + 11)

# Funktionen

- ▶ Funktion
- ▶ Eingabe- / Ausgabeparameter
- ▶ Call by Value / Call by Reference
  
- ▶ return
- ▶ void

# Funktionen

- ▶ **Funktion** = Zusammenfassung mehrerer Anweisungen zu einem aufrufbaren Ganzen
  - `output = function(input)`
    - \* Eingabeparameter `input`
    - \* Ausgabeparameter (Return Value) `output`
- ▶ Warum Funktionen?
  - Zerlegung eines großen Problems in überschaubare kleine Teilprobleme
  - Strukturierung von Programmen (Abstraktionsebenen)
  - Wiederverwertung von Programm-Code
- ▶ Funktion besteht aus **Signatur** und **Rumpf** (Body)
  - **Signatur** = Fkt.name & Eingabe-/Ausgabepar.
    - \* Anzahl & Reihenfolge ist wichtig!
  - **Rumpf** = Programmzeilen der Funktion

## Namenskonvention

- ▶ lokale Variablen sind `klein_mit_underscores`
- ▶ globale Var. haben `auch_underscore_hinten_`
- ▶ Funktionen sind `erstesWortKleinKeineUnderscores`



# Funktionen in C

- ▶ In C können Funktionen
  - mehrere (oder keinen) Parameter übernehmen
  - einen einzigen oder keinen Rückgabewert liefern
  - Rückgabewert muss elementarer Datentyp sein
    - \* z.B. `double`, `int`
- ▶ Signatur hat folgenden Aufbau  
`<type of return value> <function name>(parameters)`
  - Funktion ohne Rückgabewert:
    - \* `<type of return value> = void`
  - Sonst: `<type of return value> = Variablentyp`
  - `parameters` = Liste der Übergabeparameter
    - \* getrennt durch Kommata
    - \* vor jedem Parameter Variablentyp angeben
    - \* kein Parameter  $\Rightarrow$  leere Klammer `()`
- ▶ Rumpf ist ein Block
  - Rücksprung ins Hauptprogramm mit `return` oder bei Erreichen des Funktionsblock-Endes, falls Funktionstyp = `void`
  - Rücksprung ins Hauptprogramm mit `return output`, falls die Variable `output` zurückgegeben werden soll
  - Häufiger Fehler: `return` vergessen
    - \* Dann Rückgabewert zufällig!
    - \*  $\Rightarrow$  Irgendwann Chaos (Laufzeitfehler!)

## Variablen

- ▶ Alle Variablen, die im Funktionsblock deklariert werden, sind lokale Variablen
- ▶ Alle elementaren Variablen, die in Signatur deklariert werden, sind lokale Variablen
- ▶ Funktion bekommt Input-Parameter als Werte, ggf. Type Casting!

## Call by Value

- ▶ Dass bei Funktionsaufrufen Input-Parameter in lokale Variablen kopiert werden, bezeichnet man als **Call by Value**
  - Es wird neuer Speicher angelegt, der Wert der Eingabe-Parameter wird in diese abgelegt

## Beispiel: Quadrieren

```
1 #include <stdio.h>
2
3 double square(double x) {
4     return x*x;
5 }
6
7 main() {
8     double x = 0;
9     printf("Input x = ");
10    scanf("%lf",&x);
11    printf("%f^2 = %f\n",x,square(x));
12 }
```

- ▶ Compiler muss Funktion **vor Aufruf** kennen
  - d.h. Funktion vor aufrufender Zeile definieren
- ▶ Ausführung startet immer bei **main()**
- ▶ Die Variable **x** in Funktion square und die Variable **x** in Funktion main sind verschieden!
- ▶ Eingabe von 5 ergibt als Output
  - Input x = 5
  - 5<sup>2</sup> = 25.000000

## Beispiel: Minimum zweier Zahlen

```
1 #include <stdio.h>
2
3 double min(double x, double y) {
4     if (x > y) {
5         return y;
6     }
7     else {
8         return x;
9     }
10 }
11
12 main() {
13     double x = 0;
14     double y = 0;
15
16     printf("Input x = ");
17     scanf("%lf",&x);
18     printf("Input y = ");
19     scanf("%lf",&y);
20     printf("min(x,y) = %f\n",min(x,y));
21 }
```

▶ Eingabe von 10 und 2 ergibt als Output

Input x = 10

Input y = 2

min(x,y) = 2.000000

▶ Programm erfüllt Aufgabenstellung der UE:

- Funktion mit gewisser Funktionalität
- aufrufendes Hauptprogramm mit
  - \* Daten einlesen
  - \* Funktion aufrufen
  - \* Ergebnis ausgeben

# Deklaration von Funktionen

```
1 #include <stdio.h>
2
3 double min(double, double);
4
5 main() {
6     double x = 0;
7     double y = 0;
8
9     printf("Input x = ");
10    scanf("%lf",&x);
11    printf("Input y = ");
12    scanf("%lf",&y);
13    printf("min(x,y) = %f\n",min(x,y));
14 }
15
16 double min(double x, double y) {
17     if (x > y) {
18         return y;
19     }
20     else {
21         return x;
22     }
23 }
```

- ▶ Bei vielen Funktionen wird Code unübersichtlich
  - Alle Funktionen oben deklarieren, vgl. Zeile 3
    - \* Compiler weiß dann, wie Funktion agiert
  - vollständiger Fkt.code folgt, vgl. Zeile 16-23
- ▶ Alternative Deklaration = Fkt.code ohne Rumpf
  - `double min(double x, double y);`  
vgl. Zeile 3, 16
- ▶ in Literatur: *Forward Declaration* und *Prototyp*

## Call by Value

```
1 #include <stdio.h>
2
3 void test(int x) {
4     printf("a) x=%d\n", x);
5     x = 43;
6     printf("b) x=%d\n", x);
7 }
8
9
10 main() {
11     int x = 12;
12     printf("c) x=%d\n", x);
13     test(x);
14     printf("d) x=%d\n", x);
15 }
```

▶ Output:

- c) x=12
- a) x=12
- b) x=43
- d) x=12

# Call by Reference

- ▶ Bei anderen Programmiersprachen, wird nicht der Wert eines Input-Parameters an eine Funktion übergeben, sondern dessen Speicheradresse (**Call by Reference**)
  - d.h. Änderungen an der Variable sind auch außerhalb der Funktion sichtbar

```
1 void test(int y) {
2     printf("a) y=%d\n", y);
3     y = 43;
4     printf("b) y=%d\n", y);
5 }
6
7
8 main() {
9     int x = 12;
10    printf("c) x=%d\n", x);
11    test(x);
12    printf("d) x=%d\n", x);
13 }
```

- ▶ Dieser Source-Code ist **kein C-Code!**
  - Ziel: nur **was-wäre-wenn** erklären!
- ▶ **Call by Reference würde** folgenden Output liefern:
  - c) x=12
  - a) y=12
  - b) y=43
  - d) x=43

## Type Casting & Call by Value

```
1 #include <stdio.h>
2
3 double divide(double, double);
4
5 main() {
6     int int1 = 2;
7     int int2 = 3;
8
9     printf("a) %f\n", int1 / int2 );
10    printf("b) %f\n", divide(int1,int2));
11 }
12
13 double divide(double dbl1, double dbl2) {
14     return(dbl1 / dbl2);
15 }
```

▶ Type Casting von int auf double bei Übergabe

▶ Output:

a) 0.000000

b) 0.666667



## Type Casting (Negativbeispiel!)

```
1 #include <stdio.h>
2
3 int isEqual(int, int);
4
5 main() {
6     double x = 4.1;
7     double y = 4.9;
8
9     if (isEqual(x,y)) {
10         printf("x == y\n");
11     }
12     else {
13         printf("x != y\n");
14     }
15 }
16
17 int isEqual(int x, int y) {
18     if (x == y) {
19         return 1;
20     }
21     else {
22         return 0;
23     }
24 }
```

▶ Output:

x == y

▶ Aber eigentlich  $x \neq y$ !

- Implizites Type Casting von double auf int durch Abschneiden, denn Input-Parameter sind int

▶ **Achtung mit Type Casting bei Funktionen!**

# Rekursion

- ▶ Was ist eine rekursive Funktion?
- ▶ Beispiel: Berechnung der Faktorielle
- ▶ Beispiel: Bisektionsverfahren

# Rekursive Funktion

- ▶ Funktion ist **rekursiv**, wenn sie sich selber aufruft
- ▶ natürliches Konzept in der Mathematik:
  - $n! = n \cdot (n - 1)!$
- ▶ d.h. Rückführung eines Problems auf einfacheres Problem derselben Art
- ▶ Achtung:
  - Rekursion darf nicht endlos sein
  - d.h. **Abbruchbedingung** für Rekursion ist wichtig
  - z.B.  $1! = 1$
- ▶ häufig Schleifen statt Rekursion möglich (später!)
  - idR. Rekursion eleganter
  - idR. Schleifen effizienter

## Beispiel: Faktorielle

```
1 #include <stdio.h>
2
3 int factorial(int n) {
4     if (n <= -1) {
5         return -1;
6     }
7     else {
8         if (n > 1) {
9             return n*factorial(n-1);
10        }
11        else {
12            return 1;
13        }
14    }
15 }
16
17 main() {
18     int n = 0;
19     int nfac = 0;
20     printf("n=");
21     scanf("%d",&n);
22     nfac = factorial(n);
23     if (nfac <= 0) {
24         printf("Fehleingabe!\n");
25     }
26     else {
27         printf("%d!=%d\n",n,nfac);
28     }
29 }
```

## Bisektionsverfahren

- ▶ **Gegeben:** stetiges  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(a)f(b) \leq 0$ 
  - Toleranz  $\tau > 0$
- ▶ **Tatsache:** Zwischenwertsatz  $\Rightarrow$  mind. eine Nst
  - denn  $f(a)$  und  $f(b)$  haben versch. Vorzeichen
- ▶ **Gesucht:**  $x_0 \in [a, b]$  mit folgender Eigenschaft
  - $\exists \tilde{x}_0 \in [a, b] \quad f(\tilde{x}_0) = 0$  und  $|x_0 - \tilde{x}_0| \leq \tau$
- ▶ **Bisektionsverfahren = iterierte Intervallhalbierung**
  - Solange Intervallbreite  $|b - a| > 2\tau$ 
    - \* Berechne Intervallmittelpunkt  $m$  und  $f(m)$
    - \* Falls  $f(a)f(m) \leq 0$ , betrachte Intervall  $[a, m]$
    - \* sonst betrachte halbiertes Intervall  $[m, b]$
  - $x_0 := m$  ist schließlich gesuchte Approximation
- ▶ Verfahren basiert nur auf Zwischenwertsatz
- ▶ terminiert nach endlich vielen Schritten, da jeweils Intervall halbiert wird
- ▶ Konvergenz gegen Nst.  $\tilde{x}_0$  für  $\tau = 0$ .

## Beispiel: Bisektionsverfahren

```
1 #include <stdio.h>
2
3 double f(double x) {
4     return x*x + 1/(2 + x) - 2;
5 }
6
7 double bisection(double a, double b, double tol){
8     double m = 0.5*(a+b);
9     if ( b - a <= 2*tol ) {
10        return m;
11    }
12    else {
13        if ( f(a)*f(m) <= 0 ) {
14            return bisection(a,m,tol);
15        }
16        else {
17            return bisection(m,b,tol);
18        }
19    }
20 }
21
22 main() {
23     double a = 0;
24     double b = 10;
25     double tol = 1e-12;
26     double x = bisection(a,b,tol);
27
28     printf("Nullstelle x=%g\n",x);
29     printf("Funktionswert f(x)=%g\n",f(x));
30 }
```

- ▶ Platzhalter bei **printf** für **double**
  - **%f** als Fixpunktdarstellung **1.30278**
  - **%e** als Exponentialdarstellung **-5.64659e-13**
  - **%g** wähle geeignetere Darstellung **%f** bzw. **%e**
- ▶ siehe auch UNIX Manual Pages mittels Shell-Befehl
  - **man 3 printf**

# Mathematische Funktionen

- ▶ Preprocessor, Compiler, Linker
  - ▶ Object-Code
  - ▶ Bibliotheken
  - ▶ mathematische Funktionen
- 
- ▶ `#define`
  - ▶ `#include`

# Preprocessor, Compiler & Linker

- ▶ Ein Compiler besteht aus mehreren Komponenten, die nacheinander abgearbeitet werden
- ▶ **Preprocessor** wird intern gestartet, *bevor* der Source-Code compiliert wird
  - Ersetzt Text im Code durch anderen Text
  - Preprocessor-Befehle beginnen *immer* mit **#** und enden *nie* mit Semikolon, z.B.
    - \* **#define** text replacement
      - in allen nachfolgenden Zeilen wird der Text **text** durch **replacement** ersetzt
      - zur Definition von Konstanten
      - **Konvention:** GROSS\_MIT\_UNDERSCORES
    - \* **#include** file
      - einfügen der Datei **file**
- ▶ **Compiler** übersetzt (Source-)Code in **Object-Code**
  - Object-Code = Maschinencode, bei dem symbolische Namen (z.B. Funktionsnamen) noch vorhanden sind
- ▶ Weiterer Object-Code wird zusätzlich eingebunden
  - z.B. Bibliotheken (= Sammlungen von Fktn)
- ▶ **Linker** ersetzt symbolische Namen im Object-Code durch Adressen und erstellt dadurch ein ausführbares Programm, sog. **Executable**



# Bibliotheken & Header-Files

- ▶ (Funktions-) **Bibliothek** (z.B. math. Funktionen) besteht immer aus 2 Dateien
  - **Object-Code**
  - zugehöriges **Header-File**
- ▶ Im Header-File steht die Deklaration aller Fktn, die in der Bibliothek vorhanden sind
- ▶ Will man Bibliothek verwenden, muss man zugehöriges **Header-File einbinden**
  - **#include <header>** bindet Header-File **header** aus Standardverzeichnis **/usr/include/** ein,
    - \* z.B. **math.h** (Header-File zur math. Bib.)
  - **#include "datei"** bindet Datei aus *aktuellem* Verzeichnis ein (z.B. Downloads vom Internet)
  - idR. führt C-Compiler **#include <stdio.h>** von allein aus (in zugehöriger Bib. liegt z.B. **printf**)
- ▶ Ferner muss man den Object-Code der Bibliothek **hinzulinken**
  - Wo Object-Code der Bibliothek liegt, muss **gcc** mittels Option **-l** (und **-L**) mitgeteilt werden
  - z.B. **gcc file.c -lm** linkt math. Bibliothek
  - Standardbibliotheken automatisch gelinkt, z.B. **stdio** (also keine zusätzliche Option nötig)

# Mathematische Funktionen

- ▶ Deklaration der math. Funktionen in `math.h`
  - Input & Output der Fktn sind vom Typ `double`
- ▶ Wenn diese Funktionen benötigt werden
  - im Source-Code: `#include <math.h>`
  - Compilieren des Source-Code mit *zusätzlicher* Linker-Option `-lm`, d.h.  

```
gcc file.c -o output -lm
```

erzeugt Executable `output`
- ▶ Diese Bibliothek stellt u.a. zur Verfügung
  - Trigonometrische Funktionen
    - \* `cos`, `sin`, `tan`, `acos`, `asin`, `atan`, `cosh`, `sinh`, `tanh`
  - Exponentialfunktion und Logarithmus
    - \* `exp`, `log`, `log10`
  - Potenz- und Wurzelfunktion
    - \* `pow`, `sqrt` (wobei  $x^y = \text{pow}(x, y)$ )
    - \* **NICHT**  $x^3$  mittels `pow`, **SONDERN** `x*x*x`
    - \* **NICHT**  $(-1)^n$  mittels `pow`, **SONDERN** ...
  - Absolutbetrag `fabs`
  - Rundung auf ganze Zahlen: `round`, `floor`, `ceil`
- ▶ **ACHTUNG:** In der Bibliothek `stdlib.h` gibt es `abs`
  - `abs` ist Absolutbetrag für `int`
  - `fabs` ist Absolutbetrag für `double`

## Elementares Beispiel

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <math.h>
3
4 main() {
5     double x = 2.;
6     double y = sqrt(x);
7     printf("sqrt(%f)=%f\n",x,y);
8 }
```

- ▶ Precompiler-Befehle in 1, 2 ohne Semikolon
- ▶ Compilieren mit `gcc sqrt.c -lm`
- ▶ Vergisst man `-lm` ⇒ Fehlermeldung des Linkers  
In function 'main'  
sqrt.c:(.text+0x24): undefined reference to 'sqrt'  
collect2: ld returned 1 exit status
- ▶ Output:  
sqrt(2.000000)=1.414214

# Arrays (=Felder)

- ▶ Vektoren, Matrizen
- ▶ Operator [...] [...]
- ▶ Matrix-Vektor-Multiplikation
- ▶ Lineare Gleichungssysteme

# Vektoren

- ▶ Deklaration eines Vektors  $x = (x_0, \dots, x_{N-1}) \in \mathbb{R}^N$ :
  - `double x[N];`  $\mapsto$  `x` ist double-Vektor
- ▶ Zugriff auf Komponenten:
  - `x[j]` entspricht  $x_j$
  - Jedes `x[j]` ist vom Typ `double`
- ▶ Analoge Deklaration für andere Datentypen
  - `int y[N];`  $\mapsto$  `y` ist int-Vektor
- ▶ ACHTUNG mit der Indizierung der Komponenten
  - Indizes `0, ..., N - 1` in C
  - idR. Indizes `1, ..., N` in Mathematik
- ▶ Initialisierung bei Deklaration möglich:
  - `double x[3] = {1,2,3};` dekl.  $x = (1, 2, 3) \in \mathbb{R}^3$
- ▶ Vektor-Initialisierung nur bei Deklaration erlaubt
  - Später zwingend komponentenweises Schreiben!
    - \* d.h. `x[0] = 1; x[1] = 2; x[2] = 3;` ist OK!
    - \* `x = {1,2,3}` ist verboten!

## Beispiel: Einlesen eines Vektors

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     double x[3] = {0,0,0};
5
6     printf("Einlesen eines Vektors x in R^3:\n");
7     printf("x_0 = ");
8     scanf("%lf",&x[0]);
9     printf("x_1 = ");
10    scanf("%lf",&x[1]);
11    printf("x_2 = ");
12    scanf("%lf",&x[2]);
13
14    printf("x = (%f, %f, %f)\n",x[0],x[1],x[2]);
15 }
```

- ▶ Ausgabe double über `printf` mit Platzhalter `%f`
- ▶ Einlesen double über `scanf` mit Platzhalter `%lf`

## Achtung: Statische Arrays

- ▶ Die Länge von Arrays ist statisch
  - nicht veränderbar während Programmablauf
  - $x \in \mathbb{R}^3$  kann nicht zu  $x \in \mathbb{R}^5$  erweitert werden
- ▶ Programm kann nicht selbständig herausfinden, wie groß ein Array ist
  - d.h. Programm weiß bei Ablauf nicht, dass Vektor  $x \in \mathbb{R}^3$  Länge 3 hat
  - Aufgabe des Programmierers!
- ▶ Achtung mit Indizierung!
  - Indizes laufen  $0, \dots, N - 1$  in C
  - Prg kann nicht wissen, ob  $x[j]$  definiert ist
    - \* x muss mindestens Länge  $j + 1$  haben!
    - \* falsche Indizierung ist kein Syntaxfehler!
    - \* sondern bestenfalls Laufzeitfehler!
- ▶ Arrays dürfen nicht Output einer Funktion sein!
- ▶ Arrays werden mit Call by Reference übergeben!
- ▶ Dasselbe gilt für Matrizen bzw. allgemeine Arrays

## Arrays & Call by Reference

```
1 #include <stdio.h>
2
3 void callByReference(double y[3]) {
4     printf("a) y = (%f, %f, %f)\n",y[0],y[1],y[2]);
5     y[0] = 1;
6     y[1] = 2;
7     y[2] = 3;
8     printf("b) y = (%f, %f, %f)\n",y[0],y[1],y[2]);
9 }
10
11 main() {
12     double x[3] = {0,0,0};
13
14     printf("c) x = (%f, %f, %f)\n",x[0],x[1],x[2]);
15     callByReference(x);
16     printf("d) x = (%f, %f, %f)\n",x[0],x[1],x[2]);
17 }
```

▶ Output:

c) x = (0.000000, 0.000000, 0.000000)

a) y = (0.000000, 0.000000, 0.000000)

b) y = (1.000000, 2.000000, 3.000000)

d) x = (1.000000, 2.000000, 3.000000)

▶ Call by Reference bei Vektoren!

▶ Erklärung folgt später (→ Pointer!)



# Falsche Indizierung von Vektoren

```
1 #include <stdio.h>
2 #define WRONG 1000
3
4 main() {
5     int x[3] = {0,1,2};
6
7     x[WRONG] = 43;
8
9     printf("x = (%d, %d, %d), x[%d] = %d\n",
10           x[0],x[1],x[2],WRONG,x[WRONG]);
11 }
```

- ▶ Zeile 2 definiert Konstante **WRONG**
  - **Konvention:** Konst. sind **GROSS\_MIT\_UNDERSCORES**
- ▶ Zeile 7, 9-10: Falscher Zugriff auf Vektor **x**
  - Trotzdem keine Fehlermeldung/Warnung vom Compiler!
  - Für korrekte Indizes sorgt der Programmierer!
- ▶ Output:  
x = (0, 1, 2), x[1000] = 43
- ▶ Für **WRONG** klein ⇒ i.a. keine Fehlermeldung
- ▶ Für **WRONG** groß genug ⇒ Laufzeitfehler

# Matrizen

- ▶ Matrix  $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$  ist rechteckiges Schema

$$A = \begin{pmatrix} A_{00} & A_{01} & A_{02} & \dots & A_{0,N-1} \\ A_{10} & A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1,N-1} \\ A_{20} & A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2,N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{M-1,0} & A_{M-1,1} & A_{M-1,2} & \dots & A_{M-1,N-1} \end{pmatrix}$$

mit Koeffizienten  $A_{jk} \in \mathbb{R}$

- ▶ zentrale math. Objekte der Linearen Algebra
- ▶ Deklaration einer Matrix  $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$ :
  - `double A[M][N];`  $\mapsto$  **A** ist double-Matrix
- ▶ Zugriff auf Komponenten:
  - `A[j][k]` entspricht  $A_{jk}$
  - Jedes `A[j][k]` ist vom Typ `double`
- ▶ zeilenweise Initialisierung bei Deklaration möglich:
  - `double A[2][3] = {{1,2,3},{4,5,6}};`  
deklariert + initialisiert  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$
  - Nur bei gleichzeitiger Deklaration erlaubt, vgl. Vektoren

## Allgemeine Arrays

- ▶ Vektor ist ein 1-dim. Array
- ▶ Matrix ist ein 2-dim. Array
- ▶ Ist `type` Datentyp, so deklariert
  - `type x[N]`; einen Vektor der Länge  $N$
  - Koeffizienten `x[j]` sind Variablen vom Typ `type`
- ▶ Ist `type` Datentyp, so deklariert
  - `type x[M][N]`; eine  $M \times N$  Matrix
  - `x[j]` ist Vektor vom Typ `type` (der Länge  $N$ )
  - Koeff. `x[j][k]` sind Variablen vom Typ `type`
- ▶ Auch mehr Indizes möglich
  - `type x[M][N][P]`; deklariert 3-dim. Array
  - `x[j]` ist  $N \times P$  Matrix vom Typ `type`
  - `x[j][k]` ist Vektor vom Typ `type` (der Länge  $P$ )
  - Koeff. `x[j][k][p]` sind Variablen vom Typ `type`
- ▶ etc.

# Zählschleife for

- ▶ Mathematische Symbole  $\sum_{j=1}^n$  und  $\prod_{j=1}^n$
- ▶ Zählschleife
- ▶ for

# Schleifen

- ▶ Schleifen führen einen oder mehrere Befehle wiederholt aus
- ▶ In Aufgabenstellung häufig Hinweise, wie
  - Vektoren & Matrizen
  - Laufvariablen  $j = 1, \dots, n$
  - Summen  $\sum_{j=1}^n a_j := a_1 + a_2 + \dots + a_n$
  - Produkte  $\prod_{j=1}^n a_j := a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$
  - Text wie z.B. *solange bis* oder *solange wie*
- ▶ Man unterscheidet
  - **Zählschleifen (for)**: Wiederhole etwas eine gewisse Anzahl oft
  - **Bedingungsschleifen**: Wiederhole etwas bis eine Bedingung eintritt

# Die for-Schleife

- ▶ `for (init. ; cond. ; step-expr.) statement`
- ▶ Ablauf einer for-Schleife
  - (1) Ausführen der Initialisierung `init.`
  - (2) Abbruch, falls Bedingung `cond.` nicht erfüllt
  - (3) Ausführen von `statement`
  - (4) Ausführen von `step-expr.`
  - (5) Sprung nach (2)
- ▶ `statement` ist
  - entweder eine logische Programmzeile
  - oder mehrere Prg.zeilen in Klammern `{...}`, sog. Block

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int j = 0;
5
6     for (j=5; j>0 ; j=j-1)
7         printf("%d ",j);
8
9     printf("\n");
10 }
```

- ▶ `j=j-1` in 6 ist **Zuweisung**, keine math. Gleichheit!
- ▶ Output:  
5 4 3 2 1

# Vektor einlesen & ausgeben

```
1 #include <stdio.h>
2
3 void scanVector(double input[], int dim) {
4     int j = 0;
5     for (j=0; j<dim; j=j+1) {
6         input[j] = 0;
7         printf("%d: ",j);
8         scanf("%lf",&input[j]);
9     }
10 }
11
12 void printVector(double output[], int dim) {
13     int j = 0;
14     for (j=0; j<dim; j=j+1) {
15         printf("%f ",output[j]);
16     }
17     printf("\n");
18 }
19
20 main() {
21     double x[5];
22     scanVector(x,5);
23     printVector(x,5);
24 }
```

- ▶ Funktionen müssen Länge von Arrays kennen!
  - d.h. zusätzlicher Input-Parameter nötig
- ▶ Arrays werden mit Call by Reference übergeben!

## Namenskonvention (Wh)

- ▶ lokale Variablen sind `klein_mit_underscores`
- ▶ globale Variablen haben `auch_underscore_hinten_`
- ▶ Konstanten sind `GROSS_MIT_UNDERSCORES`
- ▶ Funktionen sind `erstesWortKleinKeineUnderscores`

# Minimum eines Vektors

```
1 #include <stdio.h>
2 #define DIM 5
3
4 void scanVector(double input[], int dim) {
5     int j = 0;
6     for (j=0; j<dim; j=j+1) {
7         input[j] = 0;
8         printf("%d: ",j);
9         scanf("%lf",&input[j]);
10    }
11 }
12
13 double min(double input[], int dim) {
14     int j = 0;
15     double minval = input[0];
16     for (j=1; j<dim; j=j+1) {
17         if (input[j]<minval) {
18             minval = input[j];
19         }
20     }
21     return minval;
22 }
23
24 main() {
25     double x[DIM];
26     scanVector(x,DIM);
27     printf("Minimum des Vektors ist %f\n", min(x,DIM));
28 }
```

## ► Hinweise zur Realisierung (vgl. UE)

- Vektorlänge ist Konstante im Hauptprogramm
  - \* d.h. Länge im Hauptprg nicht veränderbar
- aber Input-Parameter der Funktion scanVector
  - \* d.h. Funktion arbeitet für beliebige Länge



## Beispiel: Summensymbol $\Sigma$

▶ Berechnung der Summe  $S = \sum_{j=1}^N a_j$ :

• Abkürzung  $\sum_{j=1}^N a_j := a_1 + a_2 + \cdots + a_N$

▶ Definiere theoretische Hilfsgröße  $S_k = \sum_{j=1}^k a_k$

▶ Dann gilt

- $S_1 = a_1$
- $S_2 = S_1 + a_2$
- $S_3 = S_2 + a_3$  etc.

▶ Realisierung also durch  $N$ -maliges Aufsummieren

- **ACHTUNG:** Zuweisung, keine Gleichheit
  - \*  $S = a_1$
  - \*  $S = S + a_2$
  - \*  $S = S + a_3$  etc.

## Beispiel: Summensymbol $\Sigma$

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int j = 0;
5     int n = 100;
6
7     int sum = 0;
8
9     for (j=1; j<=n; j=j+1) {
10        sum = sum+j;
11    }
12
13    printf("sum_{j=1}^{100} j = %d\n", n, sum);
14 }
```

- ▶ Programm berechnet  $\sum_{j=1}^n j$  für  $n = 100$ .
- ▶ Output:  
sum\_{j=1}^{100} j = 5050
- ▶ **ACHTUNG:** Bei iterierter Summation nicht vergessen, Ergebnisvariable auf Null zu setzen vgl. Zeile 7
  - Anderenfalls: Falsches/Zufälliges Ergebnis!
- ▶ statt `sum = sum + j;`
  - Kurzschreibweise `sum += j;`

## Beispiel: Produktsymbol $\prod$

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int j = 0;
5     int n = 5;
6
7     int factorial = 1;
8
9     for (j=1; j<=n; j=j+1) {
10        factorial = factorial*j;
11    }
12
13    printf("%d! = %d\n",n,factorial);
14 }
```

- ▶ Prg berechnet Faktorielle  $n! = \prod_{j=1}^n j$  für  $n = 5$ .
- ▶ Output:  
    5! = 120
- ▶ **ACHTUNG:** Bei iteriertem Produkt nicht vergessen, Ergebnisvariable auf Eins zu setzen vgl. Zeile 7
  - Anderenfalls: Falsches/Zufälliges Ergebnis!
- ▶ statt `factorial = factorial*j;`
  - Kurzschreibweise `factorial *= j;`

# Matrix-Vektor-Multiplikation

- ▶ Man darf for-Schleifen schachteln
  - Typisches Beispiel: Matrix-Vektor-Multiplikation

▶ Seien  $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$  Matrix,  $x \in \mathbb{R}^N$  Vektor

▶ Def  $b := Ax \in \mathbb{R}^M$  durch  $b_j = \sum_{k=0}^{N-1} A_{jk}x_k$

- Indizierung in C startet bei 0

▶  $Ax = b$  ist also Schreibweise für lineares GLS

$$\begin{array}{rcccccc} A_{00}x_0 & + & A_{01}x_1 & + \dots + & A_{0,N-1}x_{N-1} & = & b_0 \\ A_{10}x_0 & + & A_{11}x_1 & + \dots + & A_{1,N-1}x_{N-1} & = & b_1 \\ A_{20}x_0 & + & A_{21}x_1 & + \dots + & A_{2,N-1}x_{N-1} & = & b_2 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ A_{M-1,0}x_0 & + & A_{M-1,1}x_1 & + \dots + & A_{M-1,N-1}x_{N-1} & = & b_{M-1} \end{array}$$

▶ Implementierung

- äußere Schleife über  $j$ , innere für Summe

```
for (j=0; j<M; j=j+1) {
    b[j] = 0;
    for (k=0; k<N; k=k+1) {
        b[j] = b[j] + A[j][k]*x[k];
    }
}
```

▶ ACHTUNG: Init.  $b[j] = 0$  nicht vergessen!

# Matrix spaltenweise speichern

- ▶ math. Bibliotheken speichern Matrizen idR. spaltenweise als Vektor
  - $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$ , gespeichert als  $a \in \mathbb{R}^{MN}$
  - $a = (A_{00}, A_{10}, \dots, A_{M-1,0}, A_{01}, A_{11}, \dots, A_{M-1,N-1})$
  - $A_{jk}$  entspricht also  $a_\ell$  mit  $\ell = j + k \cdot M$
- ▶ muss Matrix spaltenweise speichern, wenn ich solche Bibliotheken nutzen will
  - diese meist in Fortran programmiert

## ▶ Matrix-Vektor-Produkt

- $b := Ax \in \mathbb{R}^M$ ,  $b_j = \sum_{k=0}^{N-1} A_{jk}x_k$
- mit `double A[M][N];`

```
for (j=0; j<M; j=j+1) {
    b[j] = 0;
    for (k=0; k<N; k=k+1) {
        b[j] = b[j] + A[j][k]*x[k];
    }
}
```

## ▶ Matrix-Vektor-Produkt (spaltenweise gespeichert)

- mit `double A[M*N];`

```
for (j=0; j<M; j=j+1) {
    b[j] = 0;
    for (k=0; k<N; k=k+1) {
        b[j] = b[j] + A[j+k*M]*x[k];
    }
}
```

## MinSort (= Selection Sort)

- ▶ **Gegeben:** Ein Vektor  $x \in \mathbb{R}^n$
- ▶ **Ziel:** Sortiere  $x$ , sodass  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$
  
- ▶ Algorithmus (1. Schritt)
  - suche Minimum  $x_k$  von  $x_1, \dots, x_n$
  - vertausche  $x_1$  und  $x_k$ , d.h.  $x_1$  ist kleinstes Elt.
- ▶ Algorithmus (2. Schritt)
  - suche Minimum  $x_k$  von  $x_2, \dots, x_n$
  - vertausche  $x_2$  und  $x_k$ , d.h.  $x_2$  zweit kleinstes Elt.
- ▶ nach  $n - 1$  Schritten ist  $x$  sortiert
  
- ▶ **Hinweise zur Realisierung (vgl. UE)**
  - Länge  $n$  ist Konstante im Hauptprogramm
    - \* d.h.  $n$  ist im Hauptprg nicht veränderbar
  - aber  $n$  ist Inputparameter der Funktion `minsort`
    - \* d.h. Funktion arbeitet für beliebige Länge

```

1 #include <stdio.h>
2 #define DIM 5
3
4 void scanVector(double input[], int dim) {
5     int j = 0;
6     for (j=0; j<dim; j=j+1) {
7         input[j] = 0;
8         printf("%d: ",j);
9         scanf("%lf",&input[j]);
10    }
11 }
12
13 void printVector(double output[], int dim) {
14     int j = 0;
15     for (j=0; j<dim; j=j+1) {
16         printf("%f ",output[j]);
17     }
18     printf("\n");
19 }
20
21 void minsort(double vector[], int dim) {
22     int j, k, argmin;
23     double tmp;
24     for (j=0; j<dim-1; j=j+1) {
25         argmin = j;
26         for (k=j+1; k<dim; k=k+1) {
27             if (vector[argmin] > vector[k]) {
28                 argmin = k;
29             }
30         }
31         if (argmin > j) {
32             tmp = vector[argmin];
33             vector[argmin] = vector[j];
34             vector[j] = tmp;
35         }
36     }
37 }
38
39 main() {
40     double x[DIM];
41     scanVector(x,DIM);
42     minsort(x,DIM);
43     printVector(x,DIM);
44 }

```

# Aufwand

- ▶ Aufwand von Algorithmen
- ▶ Landau-Symbol  $\mathcal{O}$
- ▶ `time.h`, `clock_t`, `clock()`



# Aufwand eines Algorithmus

- ▶ wichtige Kenngröße für Algorithmen
  - um Algorithmen zu bewerten / vergleichen
- ▶ Aufwand = Anzahl benötigter Operationen
  - Zuweisungen
  - Vergleiche
  - arithmetische Operationen
- ▶ programmspezifische Operationen nicht gezählt
  - Deklarationen & Initialisierungen
  - Schleifen, Verzweigungen etc.
  - Zählvariablen
- ▶ Aufwand wird durch „einfaches“ Zählen ermittelt
- ▶ Konventionen zum Zählen nicht einheitlich
- ▶ in der Regel ist Aufwand für **worst case** interessant
  - d.h. maximaler Aufwand im schlechtesten Fall

## Beispiel: Maximum suchen

```
1 double maximum(double vector[], int n) {
2     int i = 0;
3     double max = 0;
4
5     max = vector[0];
6     for (i=1; i<n; i=i+1) {
7         if (vector[i] > max) {
8             max = vector[i];
9         }
10    }
11
12    return max;
13 }
```

▶ Beim Zählen wird jede Schleife zu einer Summe!

• d.h. **for** in Zeile 6 ist  $\sum_{i=1}^{n-1}$

▶ Aufwand:

- **1 Zuweisung**  $\rightsquigarrow$  Zeile 5
- In jedem Schritt der **for**-Schleife  $\rightsquigarrow$  Zeile 6–10
  - \* **1 Vergleich**  $\rightsquigarrow$  Zeile 7
  - \* **1 Zuweisung** (worst case!)  $\rightsquigarrow$  Zeile 8

▶ insgesamt Operationen

$$1 + \sum_{i=1}^{n-1} 2 = 1 + 2(n-1) = 2n - 1$$

# Landau-Symbol $\mathcal{O}$ (= groß-O)

▶ oft nur **Größenordnung** des Aufwands interessant

▶ Schreibweise  $f = \mathcal{O}(g)$  für  $x \rightarrow x_0$

• heißt  $\limsup_{x \rightarrow x_0} \left| \frac{f(x)}{g(x)} \right| < \infty$

• d.h.  $|f(x)| \leq C |g(x)|$  für  $x \rightarrow x_0$ .

• d.h.  $f$  wächst höchstens so schnell wie  $g$

▶ Beispiel: Maximum suchen

• Aufwand  $2n - 1 = \mathcal{O}(n)$  für  $n \rightarrow \infty$

▶ häufig entfällt „für  $x \rightarrow x_0$ “

• dann Grenzwert  $x_0$  kanonisch z.B.  $2n - 1 = \mathcal{O}(n)$

▶ Sprechweise:

• Algorithmus hat **linearen Aufwand**,  
falls Aufwand  $\mathcal{O}(n)$  bei Problemgröße  $n$   
\* Maximumssuche hat linearen Aufwand

• Algorithmus hat **fastlinearen Aufwand**,  
falls Aufwand  $\mathcal{O}(n \log n)$  bei Problemgröße  $n$

• Algorithmus hat **quadratischen Aufwand**,  
falls Aufwand  $\mathcal{O}(n^2)$  bei Problemgröße  $n$

• Algorithmus hat **kubischen Aufwand**,  
falls Aufwand  $\mathcal{O}(n^3)$  bei Problemgröße  $n$

# Matrix-Vektor Multiplikation

```
1 void MVM(double A[], double x[], double b[],
2         int m, int n) {
3     int i = 0;
4     int j = 0;
5
6     for (j=0; j<m; j=j+1) {
7         b[j] = 0;
8         for (k=0; k<n; k=k+1) {
9             b[j] = b[j] + A[j+k*m]*x[k];
10        }
11    }
12 }
```

- ▶ In jedem Schritt der  $j$ -Schleife ↔ Zeile 6–11
  - 1 Zuweisung ↔ Zeile 7
  - In jedem Schritt der  $k$ -Schleife ↔ Zeile 8–10
    - \* 1 Multiplikation ↔ Zeile 9
    - \* 1 Addition ↔ Zeile 9
    - \* 1 Zuweisung ↔ Zeile 9

- ▶ insgesamt Operationen

$$\sum_{j=0}^{m-1} \left( 1 + \sum_{k=0}^{n-1} 3 \right) = m + 3mn$$

- ▶ Aufwand  $\mathcal{O}(mn)$ 
  - bzw. Aufwand  $\mathcal{O}(n^2)$  für  $m = n$
  - d.h. quadratischer Aufwand für  $m = n$
- ▶ Indizierung wird i.a. nicht gezählt (Zeile 9)

## Suchen im Vektor

```
1 int search(int vector[], int value, int n) {
2
3     int j = 0;
4
5     for (j=0; j<n; j=j+1) {
6         if (vector[j] == value) {
7             return j;
8         }
9     }
10
11     return -1;
12 }
```

▶ Aufgabe:

- Suche Index  $j$  mit  $\text{vector}[j] = \text{value}$
- Rückgabe  $-1$ , falls nicht ex.

▶ Achtung bei Gleichheit mit **double** (später!)

▶ in jedem Schritt der  $j$ -Schleife

- **1 Vergleich**

▶ Insgesamt Operationen

$$\sum_{j=0}^{n-1} 1 = n$$

▶ Aufwand  $O(n)$

# Binäre Suche im sortierten Vektor

```
1 int binsearch(int vector[], int value, int n) {
2
3     int j = 0;
4     int start = 0;
5     int end = n-1;
6
7     for ( ; start <= end ; ) {
8         j = 0.5*(end+start);
9         if (vector[j] == value) {
10            return j;
11        }
12        else if (vector[j] > value) {
13            end = j-1;
14        }
15        else {
16            start = j+1;
17        }
18    }
19
20    return -1;
21 }
```

- ▶ **Voraussetzung: Vektor ist aufsteigend sortiert**
- ▶ Modifiziere Idee des Bisektionsverfahrens
  - Betrachte halben Vektor, falls  $\text{vector}[j] \neq \text{value}$
- ▶ **Frage:** Wieviele Iterationen hat der Algorithmus?
  - jeder Schritt halbiert Vektor
  - Falls  $n$  Zweierpotenz, gilt  $n/2^k = 1$
  - dann maximal  $k = 1 + \log_2 n$  Schritte
    - \* je 2 Vergl. + 2 Zuw. + 1 Mult. + 2 Add./Subtr.
- ▶ Aufwand  $O(\log_2 n)$ , d.h. logarithmischer Aufwand
  - sublinearer Aufwand  $O(\log_2 n) \ll O(n)$

# Minsort

```
1 void minsort(int vector[], int n) {
2     int j = 0;
3     int k = 0;
4     int argmin = 0;
5     double tmp = 0;
6
7     for (j=0; j<n-1; j=j+1) {
8         argmin = j;
9         for (k=j+1; k<n; k=k+1) {
10            if (vector[argmin] > vector[k]) {
11                argmin = k;
12            }
13        }
14        if (argmin > j) {
15            tmp = vector[argmin];
16            vector[argmin] = vector[j];
17            vector[j] = tmp;
18        }
19    }
20 }
```

► In jedem Schritt der  $j$ -Schleife

- 1 Zuweisung
- In jedem Schritt der  $k$ -Schleife
  - \* 1 Vergleich
  - \* 1 Zuweisung (worst case!)
- jeweils 1 Vergleich
- jeweils 3 Zuweisungen (worst case!)

► quadratischer Aufwand  $\mathcal{O}(n^2)$ , weil:

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^{n-2} \left( 5 + \sum_{k=j+1}^{n-1} 2 \right) &= 5(n-1) + \sum_{j=0}^{n-2} ((n - (j + 1)) \cdot 2) \\ &= 5(n-1) + 2 \sum_{k=1}^{n-1} k = 5(n-1) + 2 \frac{n(n-1)}{2} \end{aligned}$$

# Zeitmessung

- ▶ Wozu Zeitmessung?
  - Vergleich von Algorithmen / Implementierungen
  - Überprüfen theoretischer Voraussagen
- ▶ theoretische Voraussagen
  - **linearer Aufwand**
    - \* Problemgröße  $n \Rightarrow Cn$  Operationen
    - \* Problemgröße  $kn \Rightarrow Ckn$  Operationen
    - \* d.h.  $3\times$  Problemgröße  $\Rightarrow 3\times$  Rechenzeit
  - **quadratischer Aufwand**
    - \* Problemgröße  $n \Rightarrow Cn^2$  Operationen
    - \* Problemgröße  $kn \Rightarrow Ck^2n^2$  Operationen
    - \* d.h.  $3\times$  Problemgröße  $\Rightarrow 9\times$  Rechenzeit
  - etc.
- ▶ BSP. Code braucht 1 Sekunde für  $n = 1000$ 
  - Aufwand  $\mathcal{O}(n) \Rightarrow 10$  Sekunden für  $n = 10000$
  - Aufwand  $\mathcal{O}(n^2) \Rightarrow 100$  Sekunden für  $n = 10000$
  - Aufwand  $\mathcal{O}(n^3) \Rightarrow 1000$  Sek. für  $n = 10000$
- ▶ Bibliothek **time.h**
  - Datentyp **clock\_t** für Zeitvariablen  
für Ausgabe Typecast nicht vergessen!
  - Funktion **clock()** liefert Rechenzeit  
seit Programmbeginn
  - Konstante **CLOCKS\_PER\_SEC** zum Umrechnen:  
 $\text{Zeitvariable}/\text{CLOCKS\_PER\_SEC}$  liefert  
Angabe in Sekunden



## Beispiel: Zeitmessung

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <time.h>
3
4 #define DIM 1000
5 #define VAL 500
6
7 int search(int vector[], int value, int n);
8 int binsearch(int vector[], int value, int n);
9 void minsort(int vector[], int n);
10
11 main() {
12     clock_t t1;
13     clock_t t2;
14     int i = 0;
15     int v[DIM];
16
17     for(i=0; i<DIM; i=i+1) {
18         printf("v[%d]=", i);
19         scanf("%d", &v[i]);
20     }
21
22     t1 = clock();
23     i = search(v, VAL, DIM);
24     t2 = clock();
25
26     printf("search: %f\n", (double)(t2-t1)/CLOCKS_PER_SEC);
27
28     t1 = clock();
29     minsort(v, DIM);
30     t2 = clock();
31
32     printf("minsort: %f\n", (double)(t2-t1)/CLOCKS_PER_SEC);
33
34     t1 = clock();
35     i = binsearch(v, VAL, DIM);
36     t2 = clock();
37
38     printf("binary search: %f\n",
39           (double)(t2-t1)/CLOCKS_PER_SEC);
40 }
```

## Vergleich von Laufzeit

|               | $\mathcal{O}(n)$ | $\mathcal{O}(n^2)$  | $\mathcal{O}(\log_2 n)$ |
|---------------|------------------|---------------------|-------------------------|
| $n$           | search           | minsort             | binsearch               |
| 1.000         | 0.00             | 0.00                | 0.00                    |
| 2.000         | 0.00             | 0.00                | 0.00                    |
| 4.000         | 0.00             | 0.01                | 0.00                    |
| 8.000         | 0.00             | 0.06                | 0.00                    |
| 16.000        | 0.00             | 0.25                | 0.00                    |
| 32.000        | 0.00             | 1.03                | 0.00                    |
| 64.000        | 0.00             | 4.12                | 0.00                    |
| 128.000       | 0.00             | 16.55               | 0.00                    |
| 256.000       | 0.00             | 64.31               | 0.00                    |
| 512.000       | 0.00             | 257.25              | 0.00                    |
| 1.024.000     | 0.00             | $\geq 18\text{min}$ | 0.00                    |
| 2.048.000     | 0.01             | $\geq 72\text{min}$ | 0.00                    |
| 4.096.000     | 0.01             | $\geq 4,5\text{h}$  | 0.00                    |
| 8.192.000     | 0.02             | $\geq 18\text{h}$   | 0.00                    |
| 16.384.000    | 0.04             | $\geq 3\text{d}$    | 0.00                    |
| 32.768.000    | 0.08             | $\geq 12\text{d}$   | 0.00                    |
| 65.536.000    | 0.15             | $\geq 1,5\text{m}$  | 0.00                    |
| 131.072.000   | 0.29             | $\geq 6\text{m}$    | 0.00                    |
| 262.144.000   | 0.60             | $\geq 2\text{y}$    | 0.00                    |
| 524.288.000   | 1.18             | $\geq 8\text{y}$    | 0.00                    |
| 1.048.576.000 | 2.53             | $\geq 32\text{y}$   | 0.00                    |

- ▶ log. Aufwand perfekt, denn  $2^{30} > 1.048.576.000$
- ▶ auch linearer Aufwand liefert sehr gute Rechenzeit
- ▶ Quadratischer Aufwand für große  $n$  spürbar
- ▶ Fazit: Algorithmen sollen kleinen Aufwand haben
  - Ziel der numerischen Mathematik
  - nicht immer möglich

# Bedingungsschleifen

- ▶ Bedingungsschleife
  - ▶ kopfgesteuert vs. fußgesteuert
  - ▶ Operatoren `++` und `--`
- 
- ▶ `while`
  - ▶ `do - while`

# Die while-Schleife

- ▶ Formal: `while(condition) statement`
  - vgl. `binsearch`: `for( ; condition ; )`
- ▶ Vor jedem Durchlauf wird `condition` geprüft & Abbruch, falls nicht erfüllt
  - sog. *kopfgesteuerte Schleife*
- ▶ Eventuell also kein einziger Durchlauf!
- ▶ `statement` kann Block sein

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int counter = 5;
5
6     while (counter > 0) {
7         printf("%d ",counter);
8         counter = counter-1;
9     }
10    printf("\n");
11 }
```

- ▶ Output:

5 4 3 2 1

# Operatoren ++

- ▶ `++a` und `a++` sind arithmetisch äquivalent zu `a=a+1`
- ▶ Zusätzlich aber **Auswertung** von Variable `a`
- ▶ Präinkrement `++a`
  - Erst erhöhen, dann auswerten
- ▶ Postinkrement `a++`
  - Erst auswerten, dann erhöhen

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int a = 0;
5     int b = 43;
6
7     printf("1) a=%d, b=%d\n",a,b);
8
9     b = a++;
10    printf("2) a=%d, b=%d\n",a,b);
11
12    b = ++a;
13    printf("3) a=%d, b=%d\n",a,b);
14 }
```

▶ Output:

- 1) a=0, b=43
- 2) a=1, b=0
- 3) a=2, b=2

## Operatoren ++ und --

- ▶ Analog zu `a++` und `++a` gibt es
  - Prädecrement `--`
    - \* Erst verringern, dann auswerten
  - Postdecrement `--`
    - \* Erst auswerten, dann verringern
- ▶ Beachte Unterschied in Bedingungsschleife!

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int counter = 5;
5
6     while (--counter>0) {
7         printf("%d ",counter);
8     }
9     printf("\n");
10 }
```

- ▶ Output: 4 3 2 1 (für `--counter` in 6)
- ▶ Output: 4 3 2 1 0 (für `counter--` in 6)

## Bisektionsverfahren (Wh)

- ▶ **Gegeben:** stetiges  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(a)f(b) \leq 0$ 
  - Toleranz  $\tau > 0$
- ▶ **Tatsache:** Zwischenwertsatz  $\Rightarrow$  mind. eine Nst
  - denn  $f(a)$  und  $f(b)$  haben versch. Vorzeichen
- ▶ **Gesucht:**  $x_0 \in [a, b]$  mit folgender Eigenschaft
  - $\exists \tilde{x}_0 \in [a, b] \quad f(\tilde{x}_0) = 0$  und  $|x_0 - \tilde{x}_0| \leq \tau$
- ▶ **Bisektionsverfahren = iterierte Intervallhalbierung**
  - Solange Intervallbreite  $|b - a| > 2\tau$ 
    - \* Berechne Intervallmittelpunkt  $m$  und  $f(m)$
    - \* Falls  $f(a)f(m) \leq 0$ , betrachte Intervall  $[a, m]$
    - \* sonst betrachte halbiertes Intervall  $[m, b]$
  - $x_0 := m$  ist schließlich gesuchte Approximation
- ▶ Verfahren basiert nur auf Zwischenwertsatz
- ▶ terminiert nach endlich vielen Schritten, da jeweils Intervall halbiert wird
- ▶ Konvergenz gegen Nst.  $\tilde{x}_0$  für  $\tau = 0$ .

# Bisektionsverfahren

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <math.h>
3
4 double f(double x) {
5     return x*x + exp(x) -2;
6 }
7
8 double bisection(double a, double b, double tol){
9     double fa = f(a);
10    double m = 0.5*(a+b);
11    double fm = 0;
12
13    while ( b - a > 2*tol ) {
14        m = 0.5*(a+b);
15        fm = f(m);
16        if ( fa*fm <= 0 ) {
17            b = m;
18        }
19        else {
20            a = m;
21            fa = fm;
22        }
23    }
24    return m;
25 }
26
27 main() {
28    double a = 0;
29    double b = 10;
30    double tol = 1e-12;
31    double x = bisection(a,b,tol);
32
33    printf("Nullstelle x=%g\n",x);
34    printf("Funktionswert f(x)=%g\n",f(x));
35 }
```

- ▶ Verwendung von Variablen `fa` und `fm` vermeidet doppelte Funktionsauswertung



# Euklids Algorithmus

- ▶ **Gegeben:** zwei ganze Zahlen  $a, b \in \mathbb{N}$
- ▶ **Gesucht:** größter gemeinsamer Teiler  $ggT(a, b) \in \mathbb{N}$
  
- ▶ **Euklidischer Algorithmus:**
  - Falls  $a = b$ , gilt  $ggT(a, b) = a$
  - Vertausche  $a$  und  $b$ , falls  $a < b$
  - Dann gilt  $ggT(a, b) = ggT(a - b, b)$ , denn:
    - \* Sei  $g$  Teiler von  $a, b$
    - \* d.h.  $ga_0 = a$  und  $gb_0 = b$  mit  $a_0, b_0 \in \mathbb{N}, g \in \mathbb{N}$
    - \* also  $g(a_0 - b_0) = a - b$  und  $a_0 - b_0 \in \mathbb{N}$
    - \* d.h.  $g$  teilt  $b$  und  $a - b$
    - \* d.h.  $ggT(a, b) \leq ggT(a - b, b)$
    - \* analog  $ggT(a - b, b) \leq ggT(a, b)$
  - Ersetze  $a$  durch  $a - b$ , wiederhole diese Schritte
  
- ▶ Erhalte  $ggT(a, b)$  nach endlich vielen Schritten:
  - Falls  $a \neq b$ , wird also  $n := \max\{a, b\} \in \mathbb{N}$  pro Schritt um mindestens 1 kleiner
  - Nach endl. Schritten gilt also nicht mehr  $a \neq b$

# Euklid-Algorithmus

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int a = 200;
5     int b = 110;
6     int tmp = 0;
7
8     printf("ggT(%d,%d)=",a,b);
9
10    while (a != b) {
11        if ( a < b) {
12            tmp = a;
13            a = b;
14            b = tmp;
15        }
16        a = a-b;
17    }
18
19    printf("%d\n",a);
20 }
```

- ▶ berechnet  $ggT$  von  $a, b \in \mathbb{N}$
- ▶ basiert auf  $ggT(a, b) = ggT(a - b, b)$  für  $a > b$
- ▶ Für  $a = b$  gilt  $ggT(a, b) = a = b$
- ▶ Output:  
 $ggT(200, 110) = 10$

# Euklid-Algorithmus (verbessert)

▶ Kernstück des Euklid-Algorithmus

```
10 while (a != b) {
11     if ( a < b) {
12         tmp = a;
13         a = b;
14         b = tmp;
15     }
16     a = a-b;
17 }
```

▶ Erinnerung:  $a \% b$  ist Divisionsrest von  $a/b$

▶ Euklid-Algorithmus iteriert  $a := a - b$  bis  $a \leq b$

- d.h. bis  $a = a \% b$
- falls fertig, gilt  $a = 0$  und Ergebnis  $b = ggT$

```
10 while (a != 0) {
11     if ( a < b) {
12         tmp = a;
13         a = b;
14         b = tmp;
15     }
16     a = a%b;
17 }
```

▶ Divisionsrest erfüllt immer  $a \% b < b$

- d.h. es wird immer vertauscht nach Rechnung
- falls fertig, gilt  $b = 0$  und Ergebnis  $a = ggT$

```
10 while (b != 0) {
11     tmp = a%b;
12     a = b;
13     b = tmp;
14 }
```

# Die do-while-Schleife

- ▶ Formal: `do statement while(condition)`
- ▶ Nach jedem Durchlauf wird `condition` geprüft & Abbruch, falls nicht erfüllt
  - sog. fußgesteuerte Schleife
- ▶ Also *mindestens ein* Durchlauf!
- ▶ `statement` kann Block sein

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int counter = 5;
5
6     do {
7         printf("%d ",counter);
8     }
9     while (--counter>0);
10    printf("\n");
11 }
```

- ▶ Output:

5 4 3 2 1

- ▶ `counter--` in 9 liefert Output: 5 4 3 2 1 0

## Ein weiteres Beispiel

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int x[2] = {0,1};
5     int tmp = 0;
6     int c = 0;
7
8     printf("c=");
9     scanf("%d",&c);
10
11    printf("%d %d ",x[0],x[1]);
12
13    do {
14        tmp = x[0]+x[1];
15        x[0] = x[1];
16        x[1] = tmp;
17        printf("%d ",tmp);
18    }
19    while(tmp<c);
20
21    printf("\n");
22 }
```

▶ **Fibonacci-Folge** strebt gegen unendlich

•  $x_0 := 0$ ,  $x_1 := 1$  und  $x_{n+1} := x_{n-1} + x_n$  für  $n \in \mathbb{N}$

▶ Ziel: Berechne erstes Folgenglied mit  $x_n > c$   
für gegebene Schranke  $c \in \mathbb{N}$

▶ für Eingabe  $c = 1000$  erhalte Output:

c=1000

0 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597

## break und continue

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int j = 0;
5     int k = 0;
6
7     for (j=0; j<4; ++j) {
8         if (j%2 == 0) {
9             continue;
10        }
11        for (k=0; k < 10; ++k) {
12            printf("j=%d, k=%d\n",j,k);
13            if (k > 1) {
14                break;
15            }
16        }
17    }
18    printf("Ende: j=%d, k=%d\n",j,k);
19
20 }
```

- ▶ **continue** und **break** im **statement** von Schleifen
  - **continue** beendet aktuellen Durchlauf
  - **break** beendet die aktuelle Schleife
- ▶ Code ist schlecht programmiertes Beispiel!

▶ Output:

j=1, k=0

j=1, k=1

j=1, k=2

j=3, k=0

j=3, k=1

j=3, k=2

Ende: j=4, k=2

## „solange wie“ vs. „solange bis“

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int a = 200;
5     int b = 110;
6     int tmp = 0;
7
8     printf("ggT(%d,%d)=", a, b);
9
10    while (1) {
11        if (a == b) {
12            break;
13        }
14        else if ( a < b) {
15            tmp = a;
16            a = b;
17            b = tmp;
18        }
19        a = a-b;
20    }
21
22    printf("%d\n", b);
23 }
```

- ▶ **for** und **while** haben Laufbedingung **condition**
  - d.h. Schleife läuft, solange **condition** wahr
- ▶ Algorithmen haben idR. Abbruchbedingung **done**
  - d.h. Abbruch, falls **done** wahr
  - d.h. **condition** = Negation von **done**
- ▶ einfache Realisierung über Endlosschleife mit **break**
  - Bedingung in Zeile 10 ist immer wahr!
  - Abbruch erfolgt nur durch **break** in Zeile 12

# Kommentarzeilen

▶ wozu Kommentarzeilen?

▶ `//`

▶ `/* ... */`



# Kommentarzeilen

- ▶ werden vom Interpreter/Compiler ausgelassen
- ▶ nur für den Leser des Programmcodes
- ▶ notwendig, um eigene Programme auch später noch zu begreifen
  - deshalb brauchbar für Übung?
- ▶ notwendig, damit andere den Code verstehen
  - soziale Komponente der Übung?
- ▶ extrem brauchbar zum debuggen
  - Teile des Source-Code „auskommentieren“, sehen was passiert...
  - vor allem bei Fehlermeldungen des Parser
- ▶ Wichtige Regeln:
  - nie dt. Sonderzeichen verwenden
  - nicht zu viel und nicht zu wenig
  - zu Beginn des Source-Codes stets  
Autor & letzte Änderung kommentieren
    - \* vermeidet das Arbeiten an alten Versionen...

# Kommentarzeilen in C

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     // printf("1 ");
5     printf("2 ");
6     /*
7         printf("3");
8         printf("4");
9     */
10    printf("5");
11    printf("\n");
12 }
```

- ▶ Gibt in C zwei Typen von Kommentaren:
  - **einzeiliger Kommentar**
    - \* eingeleitet durch `//`, geht bis Zeilenende
    - \* z.B. Zeile 4
    - \* stammt eigentlich aus C++
  - **mehrzeiliger Kommentar**
    - \* alles zwischen `/*` (Anfang) und `*/` (Ende)
    - \* z.B. Zeile 6–9
    - \* darf nicht geschachtelt werden!
      - d.h. `/* ... /* ... */ ... */` ist Syntaxfehler
- ▶ Vorschlag
  - Verwende `//` für echte Kommentare
  - Verwende `/* ... */` zum Debuggen
- ▶ Output:  
2 5

## Beispiel: Euklids Algorithmus

```
1 // author: Dirk Praetorius
2 // last modified: 19.03.2013
3
4 // Euklids Algorithmus zur Berechnung des ggT
5 // basiert auf  $ggT(a,b) = ggT(a-b,b)$  fuer  $a > b$ 
6 // und  $ggT(a,b) = ggT(b,a)$ 
7
8 int euklid(int a, int b) {
9     int tmp = 0;
10
11     // iteriert Uebergang  $ggT(a,b) = ggT(a-b,b)$ ,
12     // realisiert mittels Divisionsrest, bis
13     //  $b = 0$ . Dann war  $a == b$ , also  $ggT = a$ 
14
15     while (b != 0) {
16         tmp = b;
17         b = a % b;
18         a = tmp;
19     }
20
21     return a;
22 }
```

# Naive Fehlerkontrolle

- ▶ Vermeidung von Laufzeitfehlern!
- ▶ bewusster Fehlerabbruch
  
- ▶ `gcc -c`
- ▶ `gcc -c -Wall`
- ▶ `assert`
- ▶ `#include <assert.h>`

# Motivation

- ▶ Fakt ist: alle Programmierer machen Fehler
  - Code läuft beim ersten Mal nie richtig
- ▶ Großteil der Entwicklungszeit geht in Fehlersuche
- ▶ „Profis“ unterscheiden sich von „Anfängern“ im Wesentlichen durch effizientere Fehlersuche
- ▶ **Syntax-Fehler** sind **leicht** einzugrenzen
  - es steht Zeilennummer dabei (Compiler!)
  - **Tipp:** Verwende während des Programmierens zum Syntax-Test regelmäßig (Details später!)
    - \* `gcc -c name.c`                    nur Objekt-Code
    - \* `gcc -c -Wall name.c`                alle Warnungen
- ▶ **Laufzeitfehler** sind **viel schwieriger** zu finden
  - Programm läuft, tut aber nicht das Richtige
  - manchmal fällt der Fehler ewig nicht auf  
⇒ sehr schlecht

# Fehler vermeiden!

- ▶ **Programmier-Konventionen beachten**
  - z.B. bei Namen für Variablen, Funktionen etc.
- ▶ **Kommentarzeilen dort, wo im Code etwas passiert**
  - z.B. Verzweigung mit nicht offensichtlicher Bdg.
  - z.B. Funktionen (Zweck, Input, Output)
- ▶ **jede Funktion hat nur eine Funktionalität**
  - jede Funktion einzeln & sofort testen
  - Wenn später Funktion verwendet wird, kann ein etwaiger Fehler dort nicht mehr sein!
  - d.h. kann Fehler im Prg schneller lokalisieren!
- ▶ **jede Funktionalität hat eigene Funktion**
  - Prg. in überschaubare Funktionen zerlegen!
- ▶ **nicht alles auf einmal programmieren!**
  - **Achtung:** Häufiger Anfängerfehler!
- ▶ **Möglichst viele Fehler bewusst abfangen!**
  - Funktions-Input auf Konsistenz prüfen!
    - \* Fehler-Abbruch, falls inkonsistent!
  - garantieren, dass Funktions-Output zulässig!

## Bibliothek assert.h

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <assert.h>
3
4 void test(int x, int y) {
5     assert(x<y);
6     printf("It holds x < y\n");
7 }
8
9 main() {
10    int x = 0;
11    int y = 0;
12
13    printf("x = ");
14    scanf("%d",&x);
15
16    printf("y = ");
17    scanf("%d",&y);
18
19    test(x,y);
20 }
```

- ▶ **Ziel:** Sofortabbruch mit Fehlermeldung, sobald Funktion merkt, dass Input / Output unzulässig
- ▶ `#include <assert.h>`
  - `assert(condition);` liefert Fehlerabbruch, falls `condition` falsch
  - mit Ausgabe der Zeilennummer im Source-Code
- ▶ **Input:**
  - x = 2
  - y = 1
- ▶ **Output:**
  - Assertion failed: (x<y), function test, file assert.c, line 5.

## Beispiel: Euklids Algorithmus

```
1 // author: Dirk Praetorius
2 // last modified: 30.03.2017
3
4 // Euklids Algorithmus zur Berechnung des ggT
5 // basiert auf  $ggT(a,b) = ggT(a-b,b)$  fuer  $a>b$ 
6 // und  $ggT(a,b) = ggT(b,a)$ 
7
8 int euklid(int a, int b) {
9     assert(a>0);
10    assert(b>0);
11    int tmp = 0;
12
13    // iteriert Uebergang  $ggT(a,b) = ggT(b,a-b)$ ,
14    // realisiert mittels Divisionsrest, bis
15    //  $b = 0$ . Dann war  $a==b$ , also  $ggT = a$ 
16
17    while (b != 0) {
18        tmp = a%b;
19        a = b;
20        b = tmp;
21    }
22
23    return a;
24 }
```

- ▶ **assert** stellt sicher, dass Input zulässig
  - d.h.  $a, b \in \mathbb{N}$  ist notwendig!



# Testen

- ▶ Motivation
- ▶ Qualitätssicherung
- ▶ Arten von Tests

# Motivation



- ▶ Ariane 5 Explosion ('96)
  - Konversion `double` → `int`
  - Schaden ca. 500 Mio. Dollar
- ▶ Patriot Missile Fehler, Golfkrieg ('91)
  - Zeitmessung falsch berechnet & Rundungsfehler
- ▶ „kleine BUGs, große GAUs“
  - <http://www5.in.tum.de/~huckle/bugs.html>

# Qualitätssicherung

- ▶ Software entsteht durch menschliche Hand
- ▶ Fehler zu machen, ist menschlich!
- ▶ Software wird deshalb Fehler enthalten
- ▶ **Ziel:** (Laufzeit-) Fehler finden vor großem Schaden
- ▶ **Je später Fehler entdeckt werden, desto aufwändiger ist ihre Behebung!**
- ▶ Schon beim Implementieren auf Qualität achten
  - siehe oben: Fehler vermeiden!
- ▶ wünschenswert: je 1/3 Zeit für
  - Programmieren
  - Testen
  - Dokumentieren
- ▶ wünschenswert: Dokumentation der Tests!
  - damit reproduzierbar
- ▶ In der Praxis meist viel Programmieren, wenig Testen, noch weniger Dokumentieren ;-)

# Testen

- ▶ Testen ist der Prozess, ein Programm mit der Absicht auszuführen, Fehler zu finden!
  - Glenford Myers: Art of Software Design (1979)
- ▶ Test ist der Vergleich des Verhaltens eines Prg (Ist) mit dem erwarteten Verhalten eines Systems (Soll)
- ▶ Es ist praktisch nicht möglich, alle Prg.funktionen und alle möglichen Werte in den Eingabedaten in allen Kombinationen zu testen.
  - d.h. Tests sind idR. unvollständig!
- ▶ Probleme beim unvollständigen Testen
  - Tests erlauben nur das Auffinden von Fehlern
  - Tests können Korrektheit nicht beweisen
  - Fehlerursache ist durch Soll-Ist-Vergleich nicht zwangsläufig klar
  - Testfälle können selbst fehlerhaft sein!
- ▶ Vorteile beim unvollständigen Testen
  - Zeitaufwand vertretbar
  - Tests beziehen sich idR. auf „realistischen Input“
  - Tests sind idR. reproduzierbar

# Arten von Tests

- ▶ **strukturelle Tests** (für jede Funktion)
  - Werden alle Anweisungen ausgeführt oder gibt es toten Code?
  - Treten Fehler auf, wenn **if ... else** mit *wahr / falsch* durchlaufen werden?
  - Treten Fehler auf, wenn **if ... else** in allen Kombinationen mit *wahr/falsch* durchlaufen?
  
- ▶ **funktionale Tests** (für jede Fkt. und Programm)
  - Tut jede Funktion mit zulässigen Parametern das Richtige? (d.h. Ergebnis korrekt?)
  - Werden unzulässige Parameter erkannt?
  - Tut das Programm (bzw. Teilabschnitte) das Richtige? (d.h. Ergebnis korrekt?)
  - Werden Grenzfälle / Sonderfälle korrekt erkannt und liefern das Richtige?
  - Was passiert bei Fehleingaben, d.h. bei Fehler des Benutzers?

## Wie testen?

- ▶ **Ziel:** Tut Funktion / Programm das Richtige?
- ▶ funktionale Tests brauchen Testfälle
  - mit bekanntem Ergebnis / Output!
- ▶ Was sind generische Fälle / Parameter?
  - Bei welchen Fällen treten Verzweigungen auf?
  - Möglichst viele Verzweigungen abdecken!
- ▶ Welche Fälle sind kritisch?
  - Wo können aufgrund Rechenfehlern oder Rechenungenauigkeiten andere Ergebnisse auftreten?
- ▶ **Ab jetzt in der UE stets:** Wie wurde getestet?
  - allerdings nur inhaltlich
  - d.h. ohne Fehleingaben des Nutzers

## Typische Fehler beim Testen

- ▶ zu wenig Zeit für ausführliche Tests
- ▶ zu spät mit Testen begonnen, z.B.
  - erst nach Fertigstellung der Software
  - sodass einzelne Funktionen nicht mehr getestet
- ▶ das „normale“ Verhalten der Nutzer vergessen
- ▶ Fehler-Analyse geht nicht tief genug
  - Folgen von Fehlern unterschätzt
  - nach Code-Korrektur alle(!) Tests wiederholen
    - \* deshalb Dokumentation der Tests!

# Pointer

- ▶ Variable vs. Pointer
- ▶ Dereferenzieren
- ▶ Address-of Operator &
- ▶ Dereference Operator \*
- ▶ Call by Reference



# Variablen

- ▶ **Variable** = symbolischer Name für Speicherbereich
  - + Information, wie Speicherbereich interpretiert werden muss (Datentyp laut Deklaration)
- ▶ Compiler übersetzt Namen in Referenz auf Speicherbereich und merkt sich, wie dieser interpretiert werden muss

# Pointer

- ▶ **Pointer** = Variable, die Adresse eines Speicherbereichs enthält
- ▶ **Dereferenzieren** = Zugriff auf den Inhalt eines Speicherbereichs mittels Pointer
  - Beim Dereferenzieren muss Compiler wissen, welcher Var.typ im gegebenen Speicherbereich liegt, d.h. wie Speicherbereich interpretiert werden muss

## Pointer in C

- ▶ Pointer & Variablen sind in C eng verknüpft:
  - `var` Variable  $\Rightarrow$  `&var` zugehöriger Pointer
  - `ptr` Pointer  $\Rightarrow$  `*ptr` zugehörige Variable
  - insbesondere `*&var = var` sowie `&*ptr = ptr`
- ▶ Bei Deklaration muss **Typ des Pointers** angegeben werden, da `*ptr` eine Variable sein soll!
  - `int* ptr;` deklariert `ptr` als **Pointer auf int**
- ▶ Wie üblich gleichzeitige Initialisierung möglich
  - `int var;` deklariert Variable `var` vom Typ `int`
  - `int* ptr = &var;` deklariert `ptr` und weist Speicheradresse der Variable `var` zu
    - \* Bei solchen Zuweisungen muss der Typ von Pointer und Variable passen, sonst passiert Unglück!
      - I.a. gibt Compiler eine Warnung aus, z.B. `incompatible pointer type`
- ▶ Analog für andere Datentypen, z.B. `double`

## Ein elementares Beispiel

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int var = 1;
5     int* ptr = &var;
6
7     printf("a) var = %d, *ptr = %d\n",var,*ptr);
8
9     var = 2;
10    printf("b) var = %d, *ptr = %d\n",var,*ptr);
11
12    *ptr = 3;
13    printf("c) var = %d, *ptr = %d\n",var,*ptr);
14
15    var = 47;
16    printf("d) *(&var) = %d," ,*(&var));
17    printf("&var = %d\n",*&var);
18
19    printf("e) &var = %p\n", &var);
20 }
```

▶ **%p** Platzhalter für **printf** für Adresse

▶ Output:

- a) var = 1, \*ptr = 1
- b) var = 2, \*ptr = 2
- c) var = 3, \*ptr = 3
- d) \*(&var) = 47,\*&var = 47
- e) &var = 0x7fff518baba8

## Call by Reference in C

- ▶ Elementare Datentypen werden in C mit *Call by Value* an Funktionen übergeben
  - z.B. int, double, Pointer
- ▶ *Call by Reference* ist über Pointer realisierbar:

```
1 #include <stdio.h>
2
3 void test(int* y) {
4     printf("a) *y=%d\n", *y);
5     *y = 43;
6     printf("b) *y=%d\n", *y);
7 }
8
9
10 main() {
11     int x = 12;
12     printf("c) x=%d\n", x);
13     test(&x);
14     printf("d) x=%d\n", x);
15 }
```

- ▶ Output:

- c) x=12
- a) \*y=12
- b) \*y=43
- d) x=43

# Begrifflichkeiten

## ▶ Call by Value

- Funktionen erhalten **Werte** der Input-Parameter und speichern diese in lokalen Variablen
- Änderungen an den Input-Parameter wirken sich **nicht außerhalb** der Funktion aus

## ▶ Call by Reference

- Funktionen erhalten **Variablen** als Input ggf. unter lokal neuem Namen
- Änderungen an den Input-Parametern wirken sich **außerhalb** der Funktion aus

# Wiederholung

- ▶ Standard in C ist Call by Value
- ▶ Kann Call by Reference mittels Pointern realisieren
- ▶ Vektoren werden mit Call by Reference übergeben

# Warum Call by Reference?

- ▶ Funktionen haben in C maximal 1 Rückgabewert
- ▶ Falls Fkt mehrere Rückgabewerte haben soll ...

## Ein Beispiel

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <assert.h>
3 #define DIM 5
4
5 void scanVector(double input[], int dim) {
6     assert(dim > 0);
7     int j = 0;
8     for (j=0; j<dim; ++j) {
9         input[j] = 0;
10        printf("%d: ",j);
11        scanf("%lf",&input[j]);
12    }
13 }
14
15 void determineMinMax(double vector[],int dim,
16                     double* min, double* max) {
17     int j = 0;
18     assert(dim > 0);
19
20     *max = vector[0];
21     *min = vector[0];
22     for (j=1; j<dim; ++j) {
23         if (vector[j] < *min) {
24             *min = vector[j];
25         }
26         else if (vector[j] > *max) {
27             *max = vector[j];
28         }
29     }
30 }
31
32 main() {
33     double x[DIM];
34     double max = 0;
35     double min = 0;
36     scanVector(x,DIM);
37     determineMinMax(x,DIM, &min, &max);
38     printf("min(x) = %f\n",min);
39     printf("max(x) = %f\n",max);
40 }
```

- ▶ **determineMinMax** liefert mittels Call by Reference Minimum und Maximum eines Vektors

# Anmerkungen zu Pointern

- ▶ **Standard-Notation** zur Deklaration ist anders als meine Sichtweise:
  - `int *pointer` deklariert Pointer auf `int`
- ▶ Von den *C*-Erfindern wurden Pointer *nicht* als Variablen verstanden
- ▶ Für das Verständnis scheint mir aber „variable“ Sichtweise einfacher
- ▶ Leerzeichen wird vom Compiler ignoriert:
  - `int* pointer`, `int *pointer`, `int*pointer`
- ▶ `*` wird nur auf den folgenden Namen bezogen
- ▶ **ACHTUNG** bei Deklaration von Listen:
  - `int* pointer, var;` deklariert Pointer auf `int` und Variable vom Typ `int`
  - `int *pointer1, *pointer2;` deklariert zwei Pointer auf `int`
- ▶ **ALSO** Listen von Pointern vermeiden!
  - **auch zwecks Lesbarkeit!**

## Pointer & Arrays

- ▶ Deklaration `int array[N];` generiert intern Pointer `array` vom Typ `int*`
- ▶ Dekl. `int array[];` äquivalent zu `int* array;`

# Funktionspointer

- ▶ Deklaration
- ▶ Alles ist Pointer!



# Funktionspointer

- ▶ Funktionsaufruf ist Sprung an eine Adresse
  - Pointer speichern Adressen
  - kann daher Fkt-Aufruf mit Pointer realisieren
- ▶ Deklaration eines Funktionspointers:
  - `<return value> (*pointer)(<input>);` deklariert Pointer `pointer` für Funktionen mit Parametern `<input>` und Ergebnis vom Typ `<return value>`
- ▶ Bei Zuweisung müssen Pointer `pointer` und Funktion denselben Aufbau haben
  - gleicher Return-Value
  - gleiche Input-Parameter-Liste
- ▶ Aufruf einer Funktion über Pointer wie bei normalem Funktionsaufruf!

## Elementares Beispiel

```
1 #include <stdio.h>
2
3 void output1(char* string) {
4     printf("%s*\n",string);
5 }
6
7 void output2(char* string) {
8     printf("#s#\n",string);
9 }
10
11 main() {
12     char string[] = "Hello World";
13     void (*output)(char* string);
14
15     output = output1;
16     output(string);
17
18     output = output2;
19     output(string);
20 }
```

- ▶ Deklaration eines Funktionspointers in Zeile 13
- ▶ Zuweisung auf Fkt.pointer in Zeile 15 + 18
- ▶ Fkt.aufruf über Pointer in Zeile 16 + 19
- ▶ **Output:**
  - \*Hello World\*
  - #Hello World#

# Bisektionsverfahren

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <assert.h>
3 #include <math.h>
4
5 double bisection(double (*fct)(double x),
6                 double a, double b, double tol) {
7     double m = 0;
8     double fa = 0;
9     double fm = 0;
10
11     assert(a < b);
12     fa = fct(a);
13     assert(fa*fct(b) <= 0);
14
15     while ( b-a > tol) {
16         m = (a+b)/2;
17         fm = fct(m);
18         if ( fa*fm <= 0 ) {
19             b = m;
20         }
21         else {
22             a = m;
23             fa = fm;
24         }
25     }
26     return m;
27 }
28
29 double f(double x) {
30     return x*x+exp(x)-2;
31 }
32
33 main() {
34     double a = 0;
35     double b = 10;
36     double tol = 1e-12;
37
38     double x = bisection(f,a,b,tol);
39     printf("Nullstelle x=%1.15e\n",x);
40 }
```

► Approximation der Nullstelle von  $f(x) = x^2 + e^x - 2$

# Elementare Datentypen

▶ Arrays & Pointer

▶ sizeof

# Elementare Datentypen

C kennt folgende elementare Datentypen:

- ▶ Datentyp für Zeichen (z.B. Buchstaben)
  - `char`
- ▶ Datentypen für Ganzzahlen:
  - `short`
  - `int`
  - `long`
- ▶ Datentypen für Gleitkommazahlen:
  - `float`
  - `double`
  - `long double`
- ▶ Alle Pointer gelten als elementare Datentypen

Bemerkungen:

- ▶ Deklaration und Gebrauch wie bisher
- ▶ Man kann Arrays & Pointer bilden
- ▶ Für UE nur `char`, `int`, `double` & Pointer
- ▶ Genaueres zu den Typen später!

# Der Befehl sizeof

```
1 #include <stdio.h>
2
3 void printSizeOf(double vector[]) {
4     printf("sizeof(vector) = %d\n",sizeof(vector));
5 }
6
7 main() {
8     int var = 43;
9     double array[12];
10    double* ptr = array;
11
12    printf("sizeof(var) = %d\n",sizeof(var));
13    printf("sizeof(double) = %d\n",sizeof(double));
14    printf("sizeof(array) = %d\n",sizeof(array));
15    printf("sizeof(ptr) = %d\n",sizeof(ptr));
16    printSizeOf(array);
17 }
```

- ▶ Ist `var` eine Variable eines elementaren Datentyps, gibt `sizeof(var)` die Größe der Var. in Bytes zurück
- ▶ Ist `type` ein Datentyp, so gibt `sizeof(type)` die Größe einer Variable dieses Typs in Bytes zurück
- ▶ Ist `array` ein *lokales statisches Array*, so gibt `sizeof(array)` die Größe des Arrays in Bytes zurück
- ▶ Intern sind `ptr` und `array` zwei `double` Pointer und enthalten (= zeigen auf) dieselbe Speicheradresse!
- ▶ Output:
  - `sizeof(var) = 4`
  - `sizeof(double) = 8`
  - `sizeof(array) = 96`
  - `sizeof(ptr) = 8`
  - `sizeof(vector) = 8`

# Funktionen

- ▶ Elementare Datentypen werden an Funktionen mit Call by Value übergeben
- ▶ Return Value einer Funktion darf nur void oder ein elementarer Datentyp sein

# Arrays

- ▶ Streng genommen, gibt es in C keine Arrays!
  - Deklaration `int array[N];`
    - \* legt Pointer `array` vom Typ `int*` an
    - \* organisiert ab der Adresse `array` Speicher, um `N`-mal einen `int` zu speichern
    - \* d.h. `array` enthält Adresse von `array[0]`
  - Da Pointer als elementare Datentypen mittels Call by Value übergeben werden, werden Arrays augenscheinlich mit Call by Reference übergeben

# Laufzeitfehler!

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <assert.h>
3
4 double* scanVector(int length) {
5     assert(length > 0);
6     double vector[length];
7     int j = 0;
8     for (j=0; j<length; ++j) {
9         vector[j] = 0;
10        printf("vector[%d] = ",j);
11        scanf("%lf",&vector[j]);
12    }
13    return vector;
14 }
15
16 main() {
17     double* x;
18     int j = 0;
19     int dim = 0;
20
21     printf("dim = ");
22     scanf("%d",&dim);
23
24     x = scanVector(dim);
25
26     for (j=0; j<dim; ++j) {
27         printf("x[%d] = %f\n",j,x[j]);
28     }
29 }
```

- ▶ Syntax des Programms ist OK
- ▶ Problem: Speicher zu `x` mit Blockende 14 aufgelöst
  - d.h. Pointer aus 6/13 zeigt auf Irgendwas
- ▶ Abhilfe: Call by Reference (vorher!) oder händische Speicherverwaltung (gleich!)



# Dynamische Vektoren

- ▶ statische & dynamische Vektoren
- ▶ Vektoren & Pointer
- ▶ dynamische Speicherverwaltung
  
- ▶ `stdlib.h`
- ▶ `NULL`
- ▶ `malloc, realloc, free`
  
- ▶ `#ifndef ... #endif`

## Statische Vektoren

- ▶ `double array[N];` deklariert statischen Vektor `array` der Länge `N` mit `double`-Komponenten
  - Indizierung `array[j]` mit  $0 \leq j \leq N - 1$
  - `array` ist intern vom Typ `double*`
    - \* enthält Adr. von `array[0]`, sog. *Base Pointer*
  - Länge `N` kann während Programmablauf nicht verändert werden
  
- ▶ Funktionen können Länge `N` nicht herausfinden
  - Länge `N` als Input-Parameter übergeben

# Speicher allokkieren

- ▶ Nun händische Speicherverwaltung von Arrays
  - dadurch Vektoren dynamischer Länge möglich
- ▶ Einbinden der Standard-Bibl: `#include <stdlib.h>`
  - wichtige Befehle `malloc`, `free`, `realloc`
- ▶ `pointer = malloc(N*sizeof(type));`
  - allokiert Speicher für Vektor der Länge `N` mit Komponenten vom Typ `type`
    - \* `malloc` kriegt Angabe in Bytes → `sizeof`
  - `pointer` muss vom Typ `type*` sein
    - \* Base Pointer `pointer` bekommt Adresse der ersten Komponente `pointer[0]`
  - `pointer` und `N` muss sich Prg merken!
- ▶ **Häufiger Laufzeitfehler:** `sizeof` vergessen!
- ▶ **Achtung:** Allokierter Speicher ist uninitialized!
- ▶ **Konvention:** Pointer ohne Speicher bekommen den Wert `NULL` zugewiesen
  - führt sofort auf Speicherzugriffsfehler bei Zugriff
- ▶ `malloc` liefert `NULL`, falls Fehler bei Allokation
  - d.h. Speicher konnte nicht allokiert werden

## Speicher freigeben

- ▶ `free(pointer)`
  - gibt Speicher eines dyn. Vektors frei
  - `pointer` muss Output von `malloc` sein
- ▶ **Achtung:** Speicher wird freigegeben, aber `pointer` existiert weiter
  - Erneuter Zugriff führt (irgendwann) auf Laufzeitfehler
- ▶ **Achtung:** Speicher freigeben, nicht vergessen!
  - und Pointer auf `NULL` setzen!

## Beispiel

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3 #include <assert.h>
4
5 double* scanVector(int length) {
6     int j = 0;
7     double* vector = NULL;
8     assert(length > 0);
9
10    vector = malloc(length*sizeof(double));
11    assert(vector != NULL);
12    for (j=0; j<length; ++j) {
13        vector[j] = 0;
14        printf("vector[%d] = ",j);
15        scanf("%lf",&vector[j]);
16    }
17    return vector;
18 }
19
20 void printVector(double* vector, int length) {
21     int j = 0;
22     assert(vector != NULL);
23     assert(length > 0);
24
25     for (j=0; j<length; ++j) {
26         printf("vector[%d] = %f\n",j,vector[j]);
27     }
28 }
29
30 main() {
31     double* x = NULL;
32     int dim = 0;
33
34     printf("dim = ");
35     scanf("%d",&dim);
36
37     x = scanVector(dim);
38     printVector(x,dim);
39
40     free(x);
41     x = NULL;
42 }
```

# Dynamische Vektoren

▶ `pointer = realloc(pointer, Nnew*sizeof(type))`

- verändert Speicherallokation
  - \* zusätzliche Allokation für `Nnew > N`
  - \* Speicherbereich kürzen für `Nnew < N`
- Alter Inhalt bleibt (soweit möglich) erhalten
- Rückgabe `NULL` bei Fehler

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3 #include <assert.h>
4
5 main() {
6     int N = 5;
7     int Nnew = 10;
8     int j = 0;
9
10    int* array = malloc(N*sizeof(int));
11    assert(array != NULL);
12    for (j=0; j<N; ++j){
13        array[j] = j;
14    }
15
16    array = realloc(array, Nnew*sizeof(int));
17    assert(array != NULL);
18    for (j=N; j<Nnew; ++j){
19        array[j] = 10*j;
20    }
21
22    for (j=0; j<Nnew; ++j){
23        printf("%d ", array[j]);
24    }
25    printf("\n");
26    free(array);
27    array = NULL;
28 }
```

▶ Output:

0 1 2 3 4 50 60 70 80 90

# Bemerkungen

- ▶ Base Pointer (= Output von `malloc` bzw. `realloc`) merken & nicht verändern
  - notwendig für fehlerfreies `free` und `realloc`
- ▶ bei `malloc` und `realloc` nicht `sizeof` vergessen
  - Typ des Base Pointers muss zum `sizeof` passen!
- ▶ Output von `malloc` und `realloc` auf `NULL` checken
  - sicherstellen, dass Speicher allokiert wurde!
- ▶ allokiertes Speicherbereich ist stets uninitialized
  - nach Allokation stets initialisieren
- ▶ Länge des dynamischen Arrays merken
  - kann Programm nicht herausfinden!
- ▶ Nicht mehr benötigten Speicher freigeben
  - insb. vor Blockende `}`, da dann Base Pointer weg
- ▶ Pointer auf `NULL` setzen, wenn ohne Speicher
  - Fehlermeldung, falls Programm "aus Versehen" auf Komponente `array[j]` zugreift
- ▶ Nie `realloc`, `free` auf statisches Array anwenden
  - Führt auf Laufzeitfehler, da Compiler `free` selbständig hinzugefügt hat!
- ▶ Ansonsten gleicher Zugriff auf Komponenten wie bei statischen Arrays
  - Indizierung `array[j]` für  $0 \leq j \leq N - 1$

# Vektor-Bibliothek

- ▶ Aufteilen von Source-Code auf mehrere Files
  - ▶ Precompiler, Compiler, Linker
  - ▶ Objekt-Code
- 
- ▶ `gcc -c`
  - ▶ `make`



## Aufteilen von Source-Code

- ▶ längere Source-Codes auf mehrere Files aufteilen
- ▶ Vorteil:
  - übersichtlicher
  - Bildung von Bibliotheken
    - \* Wiederverwendung von alten Codes
    - \* vermeidet Fehler
- ▶ `gcc name1.c name2.c ...`
  - erstellt *ein* Executable aus Source-Codes
  - Reihenfolge der Codes nicht wichtig
  - analog zu `gcc all.c`
    - \* wenn `all.c` ganzen Source-Code enthält
  - insb. Funktionsnamen müssen eindeutig sein
  - `main()` darf nur 1x vorkommen

# Precompiler, Compiler & Linker

- ▶ Beim Kompilieren von **Source-Code** werden mehrere Stufen durchlaufen:

- (1) Preprocessor-Befehle ausführen, z.B. **#include**
- (2) Compiler erstellt **Objekt-Code**
- (3) Objekt-Code aus Bibliotheken wird hinzugefügt
- (4) Linker ersetzt symbolische Namen im Objekt-Code durch Adressen und erzeugt **Executable**

- ▶ Bibliotheken = vorkompilierter Objekt-Code
  - plus zugehöriges Header-File

- ▶ Standard-Linker in Unix ist **ld**

- ▶ Nur Schritt (3) fertig, d.h. Objekt-Code erzeugen
  - **gcc -c name.c** erzeugt Objekt-Code **name.o**
  - gut zum Debuggen von Syntax-Fehlern!

- ▶ Objekt-Code händisch hinzufügen + kompilieren
  - **gcc name.c bib1.o bib2.o ...**
  - **gcc name.o bib1.o bib2.o ...**
  - Reihenfolge + Anzahl der Objekt-Codes ist egal

- ▶ **Ziel:** selbst Bibliotheken erstellen
  - spart ggf. Zeit beim Kompilieren
  - vermeidet Fehler

# Eine erste Bibliothek

```
1 #ifndef _DYNAMICVECTORS_
2 #define _DYNAMICVECTORS_
3
4 #include <stdio.h>
5 #include <stdlib.h>
6 #include <assert.h>
7
8 // allocate + initialize dynamic double vector of length n
9 double* mallocVector(int n);
10
11 // free a dynamic vector and set the pointer to NULL
12 double* freeVector(double* vector);
13
14 // extend dynamic double vector and initialize new entries
15 double* reallocVector(double* vector, int n, int nnew);
16
17 // allocate dynamic double vector of length n and read
18 // entries from keyboard
19 double* scanVector(int n);
20
21 // print dynamic double vector of length n to shell
22 void printVector(double* vector, int n);
23
24 #endif
```

- ▶ Header-File [dynamicvectors.h](#) zur Bibliothek
  - enthält alle Funktionssignaturen
  - enthält Kommentare zu den Funktionen
- ▶ Header-File beginnt mit

```
#ifndef NAME
#define NAME
```
- ▶ Header-File ended mit

```
#endif
```
- ▶ erlaubt mehrfaches Einbinden
  - vermeidet doppelte Deklaration

## Source-Code 1/2

```
1 #include "dynamicvectors.h"
2
3 double* mallocVector(int n) {
4     int j = 0;
5     double* vector = NULL;
6     assert(n > 0);
7
8     vector = malloc(n*sizeof(double));
9     assert(vector != NULL);
10
11     for (j=0; j<n; ++j) {
12         vector[j] = 0;
13     }
14     return vector;
15 }
16
17 double* freeVector(double* vector) {
18     free(vector);
19     return NULL;
20 }
21
22 double* reallocVector(double* vector, int n, int nnew) {
23     int j = 0;
24     assert(vector != NULL);
25     assert(n > 0);
26     assert(nnew > 0);
27
28     vector = realloc(vector, nnew*sizeof(double));
29     assert(vector != NULL);
30     for (j=n; j<nnew; ++j) {
31         vector[j] = 0;
32     }
33     return vector;
34 }
```

- ▶ Einbinden des Header-Files (Zeile 1)
  - `#include "..."` mit Angabe des Verzeichnis
  - `#include <...>` für Standard-Verzeichnis

## Source-Code 2/2

```
36 double* scanVector(int n) {
37     int j = 0;
38     double* vector = NULL;
39     assert(n > 0);
40
41     vector = mallocVector(n);
42     assert(vector != NULL);
43
44     for (j=0; j<n; ++j) {
45         printf("vector[%d] = ",j);
46         scanf("%lf",&vector[j]);
47     }
48     return vector;
49 }
50
51 void printVector(double* vector, int n) {
52     int j = 0;
53     assert(vector != NULL);
54     assert(n > 0);
55
56     for (j=0; j<n; ++j) {
57         printf("%d: %f\n",j,vector[j]);
58     }
59 }
```

# Hauptprogramm

```
1 #include "dynamicvectors.h"
2
3 main() {
4     double* x = NULL;
5     int n = 10;
6     int j = 0;
7     x = mallocVector(n);
8     for (j=0; j<n; ++j) {
9         x[j] = j;
10    }
11    x = reallocVector(x,n,2*n);
12    for (j=n; j<2*n; ++j) {
13        x[j] = 10*j;
14    }
15    printVector(x,2*n);
16    x = freeVector(x);
17 }
```

- ▶ Hauptprogramm bindet Header der Bibliothek ein
- ▶ Kompilieren mittels
  - `gcc -c dynamicvectors.c`
    - \* erzeugt Object-Code `dynamicvectors.o`
  - `gcc dynamicvectors_main.c dynamicvectors.o`
    - \* erzeugt Executable `a.out`

# Statische Bibliotheken und make

```
1 exe : main.o dynamicvectors.o
2     gcc -o exe main.o dynamicvectors.o
3
4 main.o : dynamicvectors_main.c dynamicvectors.h
5     gcc -c dynamicvectors_main.c -o main.o
6
7 dynamicvectors.o : dynamicvectors.c dynamicvectors.h
8     gcc -c dynamicvectors.c
```

- ▶ UNIX-Befehl **make** erlaubt Abhängigkeiten von Code automatisch zu handeln
  - Automatisierung spart Zeit für Kompilieren
  - Nur wenn Source-Code geändert wurde, wird neuer Objekt-Code erzeugt und abhängiger Code wird neu kompiliert
- ▶ Aufruf **make** befolgt Steuerdatei **Makefile**
- ▶ Aufruf **make -f filename** befolgt **filename**
- ▶ Datei zeigt **Abhängigkeiten** und **Befehle**, z.B.
  - Zeile 1 = Abhängigkeit (nicht eingerückt!)
    - \* Datei **exe** hängt ab von ...
  - Zeile 2 = Befehl (eine Tabulator-Einrückung!)
    - \* Falls **exe** älter ist als Abhängigkeiten, wird Befehl ausgeführt (und nur dann!)
- ▶ mehr zu **make** in Schmaranz C-Buch, Kapitel 15

# Dynamische Matrizen

- ▶ Pointer höherer Ordnung
- ▶ dynamische Matrizen
- ▶ Matrix-Matrix-Multiplikation



# Statische Matrizen

- ▶ **Pointer sind Datentypen**  $\Rightarrow \exists$  **Pointer auf Pointer**
- ▶ **double array[M][N];** deklariert statische Matrix **array** der Dimension  $M \times N$  mit **double**-Koeffizienten
  - Indizierung mittels **array[j][k]** mit  $0 \leq j \leq M-1$  und  $0 \leq k \leq N-1$
  - Dimensionen **M**, **N** können während Programmablauf nicht verändert werden
  - Funktionen können **M**, **N** nicht herausfinden, d.h. stets als Input-Parameter übergeben
- ▶ Speicherung statischer Matrizen ist zeilenweise
  - eventuell nicht allozierbar, falls Speicher fragmentiert
- ▶ **Formal:** Zeile **array[j]** ist Vektor der Länge **N** mit Koeffizienten vom Typ **double**
  - also **array[j]** intern vom Typ **double\***
- ▶ **Formal:** **array** Vektor der Länge **M** mit Koeffizienten vom Typ **double\***
  - also **array** intern vom Typ **double\*\***

# Dynamische Matrizen

- ▶ statische Matrix `double array[M][N];`
  - `array` ist `double**` [`double*`-Vektor der Länge `M`]
  - `array[j]` ist `double*` [`double`-Vektor der Länge `N`]

```
3 double** mallocMatrix(int m, int n) {
4     int j = 0;
5     int k = 0;
6     double** matrix = NULL;
7     assert(m > 0);
8     assert(n > 0);
9
10    matrix = malloc(m*sizeof(double*));
11    assert(matrix != NULL);
12    for (j=0; j<m; ++j) {
13        matrix[j] = malloc(n*sizeof(double));
14        assert(matrix[j] != NULL);
15        for (k=0; k<n; ++k) {
16            matrix[j][k] = 0;
17        }
18    }
19    return matrix;
20 }
```

- ▶ Mit Hilfe der Bibliothek für dyn. Vektoren gilt

```
3 double** mallocMatrix(int m, int n) {
4     int j = 0;
5     int k = 0;
6     double** matrix = NULL;
7     assert(m > 0);
8     assert(n > 0);
9
10    matrix = malloc(m*sizeof(double*));
11    assert(matrix != NULL);
12    for (j=0; j<m; ++j) {
13        matrix[j] = mallocVector(n);
14    }
15    return matrix;
16 }
```

## Freigeben dynamischer Matrizen

- ▶ Freigeben einer dynamischen Matrix in umgekehrter Reihenfolge:
  - erst die Zeilenvektoren `matrix[j]` freigeben
  - dann Spaltenvektor `matrix` freigeben
- ▶ Funktion muss wissen, wie viele Zeilen Matrix hat

```
18 double** freeMatrix(double** matrix, int m) {
19     int j = 0;
20     assert(matrix != NULL);
21     assert(m > 0);
22
23     for (j=0; j<m; ++j) {
24         free(matrix[j]);
25     }
26     free(matrix);
27     return NULL;
28 }
```

- ▶ An dieser Stelle kein Gewinn durch Bibliothek für dynamische Vektoren

## Re-Allokation 1/4

- ▶ Größe  $M \times N$  soll auf  $M_{\text{new}} \times N_{\text{new}}$  geändert werden
  - Funktion soll möglichst wenig Speicher brauchen
- ▶ Falls  $M_{\text{new}} < M$ 
  - Speicher von überflüssigen `matrix[j]` freigeben
  - Pointer-Vektor `matrix` mit `realloc` kürzen
  - Alle gebliebenen `matrix[j]` mit `realloc` kürzen oder verlängern, neue Einträge initialisieren

```
34 double** reallocMatrix(double** matrix, int m, int n,  
35                       int mnew, int nnew) {  
36  
37     int j = 0;  
38     int k = 0;  
39     assert(matrix != NULL);  
40     assert(m > 0);  
41     assert(n > 0);  
42     assert(mnew > 0);  
43     assert(nnew > 0);  
44  
45     if (mnew < m) {  
46         for (j=mnew; j<m; ++j) {  
47             free(matrix[j]);  
48         }  
49         matrix = realloc(matrix, mnew*sizeof(double*));  
50         assert(matrix != NULL);  
51         for (j=0; j<mnew; ++j) {  
52             matrix[j] = realloc(matrix[j], nnew*sizeof(double));  
53             assert(matrix[j] != NULL);  
54             for (k=n; k<nnew; ++k) {  
55                 matrix[j][k] = 0;  
56             }  
57         }  
58     }
```

## Re-Allokation 2/4

- ▶ wesentlicher Code von letzter Folie:

```
45  if (mnew < m) {
46      for (j=mnew; j<m; ++j) {
47          free(matrix[j]);
48      }
49      matrix = realloc(matrix,mnew*sizeof(double*));
50      assert(matrix != NULL);
51      for (j=0; j<mnew; ++j) {
52          matrix[j] = realloc(matrix[j], nnew*sizeof(double));
53          assert(matrix[j] != NULL);
54          for (k=n; k<nnew; ++k) {
55              matrix[j][k] = 0;
56          }
57      }
58  }
```

- ▶ Realisierung mittels Bibliothek für dyn. Vektoren:

```
41  if (mnew < m) {
42      for (j=mnew; j<m; ++j) {
43          free(matrix[j]);
44      }
45      matrix = realloc(matrix,mnew*sizeof(double*));
46      assert(matrix != NULL);
47      for (j=0; j<mnew; ++j) {
48          matrix[j] = reallocVector(matrix[j],n,nnew);
49      }
50  }
```

## Re-Allokation 3/4

► Falls  $M_{\text{new}} \geq M$

- Alle vorhandenen `matrix[j]` mit `realloc` kürzen oder verlängern, neue Einträge initialisieren
- Pointer-Vektor `matrix` mit `realloc` verlängern
- Neue Zeilen `matrix[j]` allokkieren & initialisieren

```
59  else {
60      for (j=0; j<m; ++j) {
61          matrix[j] = realloc(matrix[j],nnew*sizeof(double));
62          assert(matrix[j] != NULL);
63          for (k=n; k<nnew; ++k) {
64              matrix[j][k] = 0;
65          }
66      }
67      matrix = realloc(matrix,mnew*sizeof(double*));
68      assert(matrix != NULL);
69      for (j=m; j<mnew; ++j) {
70          matrix[j] = malloc(nnew*sizeof(double));
71          assert(matrix[j] != NULL);
72          for (k=0; k<nnew; ++k) {
73              matrix[j][k] = 0;
74          }
75      }
76  }
```

► Realisierung mittels Bibliothek für dyn. Vektoren:

```
51  else {
52      for (j=0; j<m; ++j) {
53          matrix[j] = reallocVector(matrix[j],n,nnew);
54      }
55      matrix = realloc(matrix,mnew*sizeof(double*));
56      assert(matrix != NULL);
57      for (j=m; j<mnew; ++j) {
58          matrix[j] = mallocVector(nnew);
59      }
60  }
```

## Re-Allokation 4/4

```
30 double** reallocMatrix(double** matrix, int m, int n,
31                          int mnew, int nnew) {
32
33     int j = 0;
34     int k = 0;
35     assert(matrix != NULL);
36     assert(m > 0);
37     assert(n > 0);
38     assert(mnew > 0);
39     assert(nnew > 0);
40
41     if (mnew < m) {
42         for (j=mnew; j<m; ++j) {
43             free(matrix[j]);
44         }
45         matrix = realloc(matrix,mnew*sizeof(double*));
46         assert(matrix != NULL);
47         for (j=0; j<mnew; ++j) {
48             matrix[j] = reallocVector(matrix[j],n,nnew);
49         }
50     }
51     else {
52         for (j=0; j<m; ++j) {
53             matrix[j] = reallocVector(matrix[j],n,nnew);
54         }
55         matrix = realloc(matrix,mnew*sizeof(double*));
56         assert(matrix != NULL);
57         for (j=m; j<mnew; ++j) {
58             matrix[j] = mallocVector(nnew);
59         }
60     }
61     return matrix;
62 }
```

## Bemerkungen

- ▶ `sizeof` bei `malloc/realloc` nicht vergessen
- ▶ Typ des Pointers muss passen zum Typ in `sizeof`
- ▶ Größe  $M \times N$  einer Matrix muss man sich merken
- ▶ Base Pointer `matrix` darf man weder verlieren noch verändern!
- ▶ Den Vektor `matrix` darf man nur kürzen, wenn vorher der Speicher der Komponenten `matrix[j]` freigegeben wurde
- ▶ Freigeben des Vektors `matrix` gibt nicht den Speicher der Zeilenvektoren frei
  - ggf. entsteht toter Speicherbereich, der nicht mehr ansprechbar ist, bis Programm terminiert
- ▶ Nacheinander allokierte Speicherbereiche liegen nicht notwendig hintereinander im Speicher
  - jede Zeile `matrix[j]` liegt zusammenhängend im Speicher
  - Gesamtmatrix kann verstreut im Speicher liegen



# Strings

- ▶ statische & dynamische Strings
- ▶ `"..."` vs. `'...'`
- ▶ `string.h`

# Strings (= Zeichenketten)

- ▶ Strings = `char`-Arrays, also 2 Definitionen möglich
  - statisch: `char array[N];`
    - \* `N` = statische Länge
    - \* Deklaration & Initialisierung möglich

```
char array[] = "text";
```
  - dynamisch (wie oben, Typ: `char*`)
- ▶ Fixe Strings in Anführungszeichen `"..."`
- ▶ Zugriff auf einzelnes Zeichen mittels `'...'`
- ▶ Zugriff auf Teil-Strings nicht möglich!
- ▶ Achtung bei dynamischen Strings:
  - als Standard enden alle Strings mit Null-Byte `\0`
    - \* Länge eines Strings dadurch bestimmen!
  - Bei statischen Arrays geschieht das automatisch (also wirkliche Länge `N+1` und `array[N]='\0'`)
    - \* Bei dyn. Strings also 1 Byte mehr reservieren!
    - \* und `\0` nicht vergessen
- ▶ An Funktionen können auch fixe Strings (in Anführungszeichen) übergeben werden
  - z.B. `printf("Hello World!\n");`

# Funktionen zur String-Manipulation

- ▶ Wichtigste Funktionen in `stdio.h`
  - `sprintf`: konvertiert Variable → String
  - `sscanf`: konvertiert String → Variable
- ▶ zahlreiche Funktionen in `stdlib.h`, z.B.
  - `atof`: konvertiert String → `double`
  - `atoi`: konvertiert String → `int`
- ▶ oder in `string.h`, z.B.
  - `strchr`, `memchr`: Suche `char` innerhalb String
  - `strcmp`, `memcmp`: Vergleiche zwei Strings
  - `strcpy`, `memcpy`: Kopieren von Strings
  - `strlen`: Länge eines Strings (ohne Null-Byte)
- ▶ Header-Files mit `#include <name>` einbinden!
- ▶ Gute Referenz mit allen Befehlen & Erklärungen  
[http://www.acm.uiuc.edu/webmonkeys/book/c\\_guide/](http://www.acm.uiuc.edu/webmonkeys/book/c_guide/)
- ▶ Details zu den Befehlen mit `man 3 befehl`
- ▶ ACHTUNG mit String-Befehlen: Befehle können nicht wissen, ob für den Output-String genügend Speicher allokiert ist (→ Laufzeitfehler!)

## Beispiel

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3 #include <string.h>
4 #include <assert.h>
5
6 char* stringCopy(char* source) {
7     int length = 0;
8     char* result = NULL;
9     assert(source != NULL);
10
11     length = strlen(source);
12     result = malloc((length+1)*sizeof(char));
13     strcpy(result,source);
14     return result;
15 }
16
17 main() {
18     char* string1 = "Hello World?";
19     char* string2 = stringCopy(string1);
20     string2[11] = '!';
21     printf("%s %s\n",string1,string2);
22 }
```

▶ Output:

    Hello World? Hello World!

▶ Fixe Strings in Anführungszeichen "... " (Z. 18)

- erzeugt statisches Array mit zusätzlichem Null-Byte am Ende

▶ Zugriff auf einzelne Zeichen eines Strings mit einfachen Hochkommata '...' (Zeile 20)

▶ Platzhalter für Strings in `printf` ist `%s` (Zeile 21)

# Ganzzahlen

- ▶ Bits, Bytes etc.

- ▶ short, int, long

- ▶ unsigned

## Speichereinheiten

- ▶ 1 Bit = 1 b = kleinste Einheit, speichert 0 oder 1
- ▶ 1 Byte = 1 B = Zusammenfassung von 8 Bit
- ▶ 1 Kilobyte = 1 KB = 1024 Byte
- ▶ 1 Megabyte = 1 MB = 1024 KB
- ▶ 1 Gigabyte = 1 GB = 1024 MB
- ▶ 1 Terabyte = 1 TB = 1024 GB

## Speicherung von Zahlen

- ▶ Zur Speicherung von Zahlen wird je nach Datentyp fixe Anzahl an Bytes verwendet
- ▶ **Konsequenz:**
  - pro Datentyp gibt es nur endlich viele Zahlen
  - \* es gibt jeweils größte und kleinste Zahl!

## Ganzzahlen

- ▶ Mit  $n$  Bits kann man  $2^n$  Ganzzahlen darstellen
- ▶ Standardmäßig betrachtet man
  - entweder alle ganzen Zahlen in  $[0, 2^n - 1]$
  - oder alle ganzen Zahlen in  $[-2^{n-1}, 2^{n-1} - 1]$

# Integer-Arithmetik

- ▶ exakte Arithmetik innerhalb  $[\text{intmin}, \text{intmax}]$
- ▶ **Überlauf**: Ergebnis von Rechnung  $> \text{intmax}$
- ▶ **Unterlauf**: Ergebnis von Rechnung  $< \text{intmin}$
- ▶ Integer-Arithmetik ist i.d.R. **Modulo-Arithmetik**
  - d.h. Zahlenbereich ist geschlossen
    - \*  $\text{intmax} + 1$  liefert  $\text{intmin}$
    - \*  $\text{intmin} - 1$  liefert  $\text{intmax}$
  - nicht im C-Standard festgelegt!

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int j = 0;
5     int n = 8*sizeof(int); // number bits per int
6     int min = 1;
7
8     // compute 2^(n-1)
9     for (j=1; j<n; ++j) {
10        min = 2*min;
11    }
12    printf("n=%d, min=%d, max=%d\n",n,min,min-1);
13 }
```

- ▶ man beobachtet  $[-2^{n-1}, 2^{n-1} - 1]$  mit  $n = 32$
- ▶ Output:  
n=32, min=-2147483648, max=2147483647

## 2 Milliarden sind nicht viel!

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     int n = 1;
5     int factorial = 1;
6
7     do {
8         ++n;
9         factorial = n*factorial;
10        printf("n=%d, n!=%d\n",n,factorial);
11    } while (factorial < n*factorial);
12
13    printf("n=%d, n!>=%d\n",n+1,n*factorial);
14 }
```

### ► Output:

n=2, n!=2

n=3, n!=6

n=4, n!=24

n=5, n!=120

n=6, n!=720

n=7, n!=5040

n=8, n!=40320

n=9, n!=362880

n=10, n!=3628800

n=11, n!=39916800

n=12, n!=479001600

n=13, n!=1932053504

n=14, n!>-653108224



## Variablentypen short, int, long

- ▶  $n$  Bits  $\Rightarrow 2^n$  Ganzzahlen
- ▶ In C sind **short**, **int**, **long** mit Vorzeichen
  - d.h. ganze Zahlen in  $[-2^{n-1}, 2^{n-1} - 1]$
- ▶ Ganzzahlen  $\geq 0$  durch zusätzliches **unsigned**
  - d.h. ganze Zahlen in  $[0, 2^n - 1]$
  - z.B. **unsigned int var1 = 0;**
- ▶ Es gilt stets **short**  $\leq$  **int**  $\leq$  **long**
  - Standardlängen: 2 Byte (**short**), 4 Byte (**int**)
  - Häufig gilt **int** = **long**
  - **Für die UE nur int (und short) verwenden**
- ▶ Platzhalter in **printf** und **scanf**

| Datentyp       | <b>printf</b> | <b>scanf</b> |
|----------------|---------------|--------------|
| short          | %d            |              |
| int            | %d            | %d           |
| unsigned short | %u            |              |
| unsigned int   | %u            | %u           |

## Variablentypen char

- ▶ **char** ist Ganzzahl-Typ, idR. 1 Byte
- ▶ Zeichen sind intern Ganzzahlen zugeordnet
  - idR. ASCII-Code
  - siehe z.B. <http://www.asciitable.com/>
- ▶ ASCII-Code eines Buchstabens erhält man durch einfache Hochkommata
  - Deklaration **char var = 'A'**; weist **var** ASCII-Code des Buchstabens **A** zu
- ▶ Platzhalter eines Zeichens für **printf** und **scanf**
  - **%c** als Zeichen
  - **%d** als Ganzzahl

```
1 #include <stdio.h>
2
3 main() {
4     char var = 'A';
5
6     printf("sizeof(var) = %d\n", sizeof(var));
7     printf("%c %d\n",var,var);
8 }
```

- ▶ Output:  
    sizeof(var) = 1  
    A 65

# Gleitkommazahlen

- ▶ analytische Binärdarstellung
  - ▶ Gleitkomma-Zahlsystem  $\mathbb{F}(2, M, e_{\min}, e_{\max})$
  - ▶ schlecht gestellte Probleme
  - ▶ Rechenfehler und Gleichheit
- 
- ▶ float, double

# Gleitkommadarstellung 1/2

▶ **SATZ:** Zu  $x \in \mathbb{R}$  existieren

- Vorzeichen  $\sigma \in \{\pm 1\}$
- Ziffern  $a_k \in \{0, 1\}$
- Exponent  $e \in \mathbb{Z}$

sodass gilt  $x = \sigma \left( \sum_{k=1}^{\infty} a_k 2^{-k} \right) 2^e$

▶ Darstellung ist nicht eindeutig, da z.B.  $1 = \sum_{k=1}^{\infty} 2^{-k}$

## Bemerkungen

▶ Satz gilt für jede Basis  $b \in \mathbb{N}_{\geq 2}$

- Ziffern dann  $a_j \in \{0, 1, \dots, b-1\}$

▶ Dezimalsystem  $b = 10$  ist übliches System

- $47.11 = (4 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2} + 1 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-4}) \cdot 10^2$

\*  $a_1 = 4, a_2 = 7, a_3 = 1, a_4 = 1, e = 2$

▶ Mit  $b = 2$  sind Brüche genau dann als endliche Summe darstellbar, wenn Nenner Zweierpotenz:

- $\sum_{k=1}^M 2^{-k}$  hat Nenner mit Zweierpotenz

- Eindeutigkeit der Primfaktorzerlegung

▶ z.B. keine exakte Darstellung für  $1/10$  für  $b = 2$

## Gleitkommadarstellung 2/2

▶ **SATZ:** Zu  $x \in \mathbb{R}$  existieren

- Vorzeichen  $\sigma \in \{\pm 1\}$
- Ziffern  $a_k \in \{0, 1\}$
- Exponent  $e \in \mathbb{Z}$

sodass gilt  $x = \sigma \left( \sum_{k=1}^{\infty} a_k 2^{-k} \right) 2^e$

▶ Darstellung ist nicht eindeutig, da z.B.  $1 = \sum_{k=1}^{\infty} 2^{-k}$

## Gleitkommazahlen

▶ Gleitkommazahlensystem  $\mathbb{F}(2, M, e_{\min}, e_{\max}) \subset \mathbb{Q}$

- Mantissenlänge  $M \in \mathbb{N}$
- Exponentialschranken  $e_{\min} < 0 < e_{\max}$

▶  $x \in \mathbb{F}$  hat Darstellung  $x = \sigma \left( \sum_{k=1}^M a_k 2^{-k} \right) 2^e$  mit

- Vorzeichen  $\sigma \in \{\pm 1\}$
- Ziffern  $a_j \in \{0, 1\}$  mit  $a_1 = 1$ 
  - \* sog. normalisierte Gleitkommazahl
- Exponent  $e \in \mathbb{Z}$  mit  $e_{\min} \leq e \leq e_{\max}$

▶ Darstellung von  $x \in \mathbb{F}$  ist eindeutig (Übung!)

▶ Ziffer  $a_1$  muss nicht gespeichert werden

- implizites erstes Bit

## Beweis von Satz

- ▶ o.B.d.A.  $x \geq 0$  — Multipliziere ggf. mit  $\sigma = -1$ .
- ▶ Sei  $e \in \mathbb{N}_0$  mit  $0 \leq x < 2^e$
- ▶ o.B.d.A.  $x < 1$  — Teile durch  $2^e$
- ▶ Konstruktion der Ziffern  $a_j$  durch Bisektion:
  - ▶ **Induktionsbehauptung:** Ex. Ziffern  $a_j \in \{0, 1\}$ 
    - sodass  $x_n := \sum_{k=1}^n a_k 2^{-k}$  erfüllt  $x \in [x_n, x_n + 2^{-n})$
  - ▶ **Induktionsanfang:** Es gilt  $x \in [0, 1)$ 
    - falls  $x \in [0, 1/2)$ , wähle  $a_1 = 0$ , d.h.  $x_1 = 0$
    - falls  $x \in [1/2, 1)$ , wähle  $a_1 = 1$ , d.h.  $x_1 = 1/2$ 
      - \*  $x_1 = a_1/2 \leq x$
      - \*  $x < (a_1 + 1)/2 = x_1 + 2^{-1}$
  - ▶ **Induktionsschritt:** Es gilt  $x \in [x_n, x_n + 2^{-n})$ 
    - falls  $x \in [x_n, x_n + 2^{-(n+1)})$ , wähle  $a_{n+1} = 0$ ,  
d.h.  $x_{n+1} = x_n$
    - falls  $x \in [x_n + 2^{-(n+1)}, x_n + 2^{-n})$ , wähle  $a_{n+1} = 1$ 
      - \*  $x_{n+1} = x_n + a_{n+1}2^{-(n+1)} \leq x$
      - \*  $x < x_n + (a_{n+1} + 1)2^{-(n+1)} = x_{n+1} + 2^{-(n+1)}$
- ▶ Es folgt  $|x_n - x| \leq 2^{-n}$ , also  $x = \sum_{k=1}^{\infty} a_k 2^{-k}$

## Arithmetik für Gleitkommazahlen

- ▶ Ergebnis **Inf**, **-Inf** bei Überlauf (oder **1./0.**)
- ▶ Ergebnis **NaN**, falls nicht definiert (z.B. **0./0.**)
- ▶ Arithmetik ist approximativ, nicht exakt

## Schlechte Kondition

- ▶ Eine Aufgabe ist **numerisch schlecht gestellt**, falls kleine Änderungen der Daten auf große Änderungen im Ergebnis führen
  - z.B. hat Dreieck mit gegebenen Seitenlängen einen rechten Winkel?
  - z.B. liegt gegebener Punkt auf Kreisrand?
- ▶ **Implementierung sinnlos, weil Ergebnis zufällig!**

# Rechenfehler

- ▶ Aufgrund von Rechenfehlern darf man Gleitkommazahlen *nie* auf Gleichheit überprüfen
  - Statt  $x = y$  prüfen, ob Fehler  $|x - y|$  klein ist
  - z.B.  $|x - y| \leq \varepsilon \cdot \max\{|x|, |y|\}$  mit  $\varepsilon = 10^{-13}$

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <math.h>
3
4 main() {
5     double x = (116./100.)*100.;
6
7     printf("x=%f\n",x);
8     printf("floor(x)=%f\n",floor(x));
9
10    if (x==116.) {
11        printf("There holds x==116\n");
12    }
13    else {
14        printf("Surprise, surprise!\n");
15    }
16 }
```

- ▶ Output:

x=116.000000

floor(x)=115.000000

Surprise, surprise!





# Strukturen

- ▶ Warum Strukturen?
- ▶ Members
- ▶ Punktoperator .
- ▶ Pfeiloperator ->
- ▶ Shallow Copy vs. Deep Copy
  
- ▶ struct
- ▶ typedef

# Deklaration von Strukturen

## ▶ Funktionen

- Zusammenfassung von versch. Befehlen, um Abstraktionsebenen zu schaffen

## ▶ Strukturen

- Zusammenfassung von Variablen versch. Typs zu einem neuen Datentyp
- Abstraktionsebenen bei Daten

## ▶ **Beispiel:** Verwaltung der EPROG-Teilnehmer

- pro Student jeweils denselben Datensatz

```
1 // Declaration of structure
2 struct _Student_ {
3     char* firstname; // Vorname
4     char* lastname;  // Nachname
5     int studentID;   // Matrikelnummer
6     int studiesID;  // Studienkennzahl
7     int test;        // Punkte im Test
8     int kurztest;   // Punkte in Kurztests
9     int uebung;      // Punkte in der Uebung
10 };
11
12 // Declaration of corresponding data type
13 typedef struct _Student_ Student;
```

## ▶ Semikolon nach Struktur-Deklarations-Block

## ▶ erzeugt neuen Variablen-Typ Student

# Strukturen & Members

- ▶ Datentypen einer Struktur heißen **Members**
- ▶ Zugriff auf Members mit Punkt-Operator
  - **var** Variable vom Typ **Student**
  - z.B. Member **var.firstname**

```
1 // Declaration of structure
2 struct _Student_ {
3     char* firstname; // Vorname
4     char* lastname;  // Nachname
5     int studentID;   // Matrikelnummer
6     int studiesID;   // Studienkennzahl
7     int test;        // Punkte im Test
8     int kurztest;    // Punkte in Kurztests
9     int uebung;      // Punkte in der Uebung
10 };
11
12 // Declaration of corresponding data type
13 typedef struct _Student_ Student;
14
15 main() {
16     Student var;
17     var.firstname = "Dirk";
18     var.lastname  = "Praetorius";
19     var.studentID = 0;
20     var.studiesID = 680;
21     var.test       = 25;
22     var.kurztest   = 30;
23     var.uebung     = 35;
24 }
```

# Bemerkungen zu Strukturen

- ▶ laut erstem C-Standard **verboten**:
  - Struktur als Input-Parameter einer Funktion
  - Struktur als Output-Parameter einer Funktion
  - Zuweisungsoperator (=) für gesamte Struktur
- ▶ in der Zwischenzeit **erlaubt, aber trotzdem**:
  - idR. Strukturen dynamisch über Pointer
  - Zuweisung (= Kopieren) selbst schreiben
  - Zuweisung (=) macht sog. *shallow copy*
- ▶ **Shallow copy**:
  - nur die oberste Ebene wird kopiert
  - d.h. Werte bei elementaren Variablen
  - d.h. Adressen bei Pointern
  - **also**: Kopie hat (physisch!) dieselben dynamischen Daten
- ▶ **Deep copy**:
  - alle Ebenen der Struktur werden kopiert
  - d.h. alle Werte bei elementaren Variablen
  - plus Kopie der dynamischen Inhalte (d.h. durch Pointer adressierter Speicher)

# Strukturen: Speicher allokieren

- ▶ Also Funktionen anlegen
  - **newStudent**: Allokieren und Initialisieren
  - **freeStudent**: Freigeben des Speichers
  - **cloneStudent**: Vollständige Kopie der Struktur inkl. dyn. Felder, z.B. Member **firstname** (sog. *deep copy*)
  - **copyStudent**: Kopie der obersten Ebene exkl. dynamischer Felder (sog. *shallow copy*)

```
1 Student* newStudent() {
2     Student* pointer = malloc(sizeof(Student));
3     assert( pointer != NULL);
4
5     (*pointer).firstname = NULL;
6     (*pointer).lastname = NULL;
7     (*pointer).studentID = 0;
8     (*pointer).studiesID = 0;
9     (*pointer).test = 0;
10    (*pointer).kurztest = 0;
11    (*pointer).uebung = 0;
12
13    return pointer;
14 }
```

# Strukturen & Pfeiloperator

- ▶ Im Programm ist `pointer` vom Typ `Student*`
- ▶ Zugriff auf Members, z.B. `(*pointer).firstname`
  - Bessere Schreibweise dafür `pointer->firstname`
- ▶ Strukturen **nie** statisch, **sondern stets** dynamisch
  - Verwende gleich `student` für Typ `Student*`
- ▶ Funktion `newStudent` lautet besser wie folgt

```
5 // Declaration of structure
6 struct _Student_ {
7     char* firstname; // Vorname
8     char* lastname;  // Nachname
9     int studentID;   // Matrikelnummer
10    int studiesID;   // Studienkennzahl
11    int test;        // Punkte im Test
12    int kurztest;    // Punkte in Kurztests
13    int uebung;      // Punkte in der Uebung
14 };
15
16 // Declaration of corresponding data type
17 typedef struct _Student_ Student;
18
19 // allocate and initialize new student
20 Student* newStudent() {
21     Student* student = malloc(sizeof(Student));
22     assert(student != NULL);
23
24     student->firstname = NULL;
25     student->lastname  = NULL;
26     student->studentID = 0;
27     student->studiesID = 0;
28     student->test      = 0;
29     student->kurztest   = 0;
30     student->uebung     = 0;
31
32     return student;
33 }
```

## Strukturen: Speicher freigeben

- ▶ **Freigeben** einer dynamisch erzeugten Struktur-Variable vom Typ Student
- ▶ **Achtung:** Zugewiesenen dynamischen Speicher vor Freigabe des Strukturpointers freigeben

```
35 // free memory allocation
36 Student* delStudent(Student* student) {
37     assert(student != NULL);
38
39     if (student->firstname != NULL) {
40         free(student->firstname);
41     }
42
43     if (student->lastname != NULL) {
44         free(student->lastname);
45     }
46
47     free(student);
48     return NULL;
49 }
```



## Shallow Copy

- ▶ **Kopieren** einer dynamisch erzeugten Struktur-Variable vom Typ Student
  - Kopieren der obersten Ebene einer Struktur exklusive dynamischen Speicher (Members!)

```
51 // shallow copy of student
52 Student* copyStudent(Student* student) {
53     Student* copy = newStudent();
54     assert(student != NULL);
55
56     // ACHTUNG: Pointer!
57     copy->firstname = student->firstname;
58     copy->lastname = student->lastname;
59
60     // Kopieren der harmlosen Daten
61     copy->studentID = student->studentID;
62     copy->studiesID = student->studiesID;
63     copy->test = student->test;
64     copy->kurztest = student->kurztest;
65     copy->uebung = student->uebung;
66
67     return copy;
68 }
```

# Deep Copy

- ▶ **Kopieren** einer dynamisch erzeugten Struktur-Variable vom Typ Student
- ▶ Vollständige Kopie, inkl. dynamischem Speicher
- ▶ Achtung: Zugewiesenen dynamischen Speicher mitkopieren

```
70 // deep copy of student
71 Student* cloneStudent(Student* student) {
72     Student* copy = newStudent();
73     int length = 0;
74     assert( student != NULL);
75
76     if (student->firstname != NULL) {
77         length = strlen(student->firstname)+1;
78         copy->firstname = malloc(length*sizeof(char));
79         assert(copy->firstname != NULL);
80         strcpy(copy->firstname, student->firstname);
81     }
82
83
84     if (student->lastname != NULL) {
85         length = strlen(student->lastname)+1;
86         copy->lastname = malloc(length*sizeof(char));
87         assert(copy->lastname != NULL);
88         strcpy(copy->lastname, student->lastname);
89     }
90
91     copy->studentID = student->studentID;
92     copy->studiesID = student->studiesID;
93     copy->test = student->test;
94     copy->kurztest = student->kurztest;
95     copy->uebung = student->uebung;
96
97     return copy;
98 }
```

# Arrays von Strukturen

- ▶ Ziel: Array mit Teilnehmern von EPROG erstellen
- ▶ keine statischen Arrays verwenden, sondern dynamische Arrays
  - Studenten-Daten sind vom Typ **Student**
  - also intern verwaltet mittels Typ **Student\***
  - also Array vom Typ **Student\*\***

```
1 // Declare array
2 Student** participant=malloc(N*sizeof(Student*));
3
4 // Allocate memory for participants
5 for (j=0; j<N; ++j){
6     participant[j] = newStudent();
7 }
```

- ▶ Zugriff auf Members wie vorher
  - **participant[j]** ist vom Typ **Student\***
  - also z.B. **participant[j]->firstname**

## Schachtelung von Strukturen

```
1 struct _Address_ {
2     char* street;
3     char* number;
4     char* city;
5     char* zip;
6 };
7 typedef struct _Address_ Address;
8
9 struct _Employee_ {
10    char* firstname;
11    char* lastname;
12    char* title;
13    Address* home;
14    Address* office;
15 };
16 typedef struct _Employee_ Employee;
```

- ▶ Mitarbeiterdaten strukturieren
  - Name, Wohnadresse, Büroadresse
  
- ▶ Für `employee` vom Typ `Employee*`
  - `employee->home` Pointer auf `Address`
  - also z.B. `employee->home->city`
  
- ▶ Achtung beim Allokieren, Freigeben, Kopieren

# Strukturen & Math

- ▶ Strukturen für mathematische Objekte:
  - allgemeine Vektoren
  - Matrizen

# Strukturen und Vektoren

```
1 #ifndef _STRUCT_VECTOR_
2 #define _STRUCT_VECTOR_
3
4 #include <stdio.h>
5 #include <stdlib.h>
6 #include <assert.h>
7 #include <math.h>
8
9 // declaration of new data type Vector
10 typedef struct _Vector_ {
11     int n;           // Dimension
12     double* entry;  // Vector coefficients
13 } Vector;
14
15 // Allocate and initialize new vector of length n
16 Vector* newVector(int n);
17
18 // free storage of allocated vector and return NULL
19 Vector* delVector(Vector* X);
20
21 // return length of a vector
22 int getVectorN(Vector* X);
23
24 // return coefficient Xi of vector X
25 double getVectorEntry(Vector* X, int i);
26
27 // assign new value to coefficient Xi of vector X
28 void setVectorEntry(Vector* X, int i, double Xi);
29
30 // some example functions...
31 Vector* inputVector();
32 double normVector(Vector* X);
33 double productVector(Vector* X, Vector* Y);
34
35 #endif
```

- ▶ Datentyp zur Speicherung von  $x \in \mathbb{R}^n$ 
  - Dimension  $n$  vom Typ `int`
  - Datenfeld  $x_j$  zur Speicherung von `double`

## Allokieren eines Vektors

- ▶ Funktion bekommt Länge  $n \in \mathbb{N}$  des Vektors
- ▶ allokiert Struktur, weist Dimension  $n$  zu
- ▶ allokiert und initialisiert Datenfeld

```
3 Vector* newVector(int n) {
4     int i = 0;
5     Vector* X = NULL;
6
7     assert(n > 0);
8
9     X = malloc(sizeof(Vector));
10    assert(X != NULL);
11
12    X->n = n;
13    X->entry = malloc(n*sizeof(double));
14    assert(X->entry != NULL);
15
16    for (i=0; i<n; ++i) {
17        X->entry[i] = 0;
18    }
19    return X;
20 }
```

## Freigeben eines Vektors

- ▶ Datenfeld freigeben
- ▶ Struktur freigeben
- ▶ **NULL** zurückgeben

```
22 Vector* delVector(Vector* X) {
23     assert(X != NULL);
24     free(X->entry);
25     free(X);
26
27     return NULL;
28 }
```

# Zugriff auf Strukturen

- ▶ Es ist guter (aber seltener) Programmierstil, auf Members einer Struktur nicht direkt zuzugreifen
- ▶ Stattdessen lieber
  - für jeden Member **set** und **get** schreiben

```
30 int getVectorN(Vector* X) {
31     assert(X != NULL);
32     return X->n;
33 }
34
35 double getVectorEntry(Vector* X, int i) {
36     assert(X != NULL);
37     assert((i >= 0) && (i < X->n));
38     return X->entry[i];
39 }
40
41 void setVectorEntry(Vector* X, int i, double Xi){
42     assert(X != NULL);
43     assert((i >= 0) && (i < X->n));
44     X->entry[i] = Xi;
45 }
```

- ▶ Wenn kein **set**, dann Schreiben nicht erlaubt!
- ▶ Wenn kein **get**, dann Lesen nicht erlaubt!
- ▶ Dieses Vorgehen erlaubt leichte Umstellung der Datenstruktur bei späteren Modifikationen
- ▶ Dieses Vorgehen vermeidet Inkonsistenzen der Daten und insbesondere Laufzeitfehler



## Beispiel: Vektor einlesen

```
47 Vector* inputVector() {
48
49     Vector* X = NULL;
50     int i = 0;
51     int n = 0;
52     double input = 0;
53
54     printf("Dimension des Vektors n=");
55     scanf("%d",&n);
56     assert(n > 0);
57
58     X = newVector(n);
59     assert(X != NULL);
60
61     for (i=0; i<n; ++i) {
62         input = 0;
63         printf("x[%d]=",i);
64         scanf("%lf",&input);
65         setVectorEntry(X,i,input);
66     }
67
68     return X;
69 }
```

- ▶ Einlesen von  $n \in \mathbb{N}$  und eines Vektors  $x \in \mathbb{R}^n$

## Beispiel: Euklidische Norm

```
71 double normVector(Vector* X) {
72
73     double Xi = 0;
74     double norm = 0;
75     int n = 0;
76     int i = 0;
77
78     assert(X != NULL);
79
80     n = getVectorN(X);
81
82     for (i=0; i<n; ++i) {
83         Xi = getVectorEntry(X,i);
84         norm = norm + Xi*Xi;
85     }
86     norm = sqrt(norm);
87
88     return norm;
89 }
```

► Berechne  $\|x\| := \left( \sum_{j=1}^n x_j^2 \right)^{1/2}$  für  $x \in \mathbb{R}^n$

## Beispiel: Skalarprodukt

```
91 double productVector(Vector* X, Vector* Y) {
92
93     double Xi = 0;
94     double Yi = 0;
95     double product = 0;
96     int n = 0;
97     int i = 0;
98
99     assert(X != NULL);
100    assert(Y != NULL);
101
102    n = getVectorN(X);
103    assert(n == getVectorN(Y));
104
105    for (i=0; i<n; ++i) {
106        Xi = getVectorEntry(X,i);
107        Yi = getVectorEntry(Y,i);
108        product = product + Xi*Yi;
109    }
110
111    return product;
112 }
```

► Berechne  $x \cdot y := \sum_{j=1}^n x_j y_j$  für  $x, y \in \mathbb{R}^n$

# Strukturen und Matrizen

- ▶ Datentyp zur Speicherung von  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 
  - Dimensionen  $m, n$  vom Typ `int`
  - Datenfeld  $A_{ij}$  zur Speicherung von `double`

```
1 #ifndef _STRUCT_MATRIX_
2 #define _STRUCT_MATRIX_
3
4 #include <stdio.h>
5 #include <stdlib.h>
6 #include <assert.h>
7 #include <math.h>
8 #include "struct_vector.h"
9
10 typedef struct _Matrix_ {
11     int m;           // Dimension
12     int n;
13     double** entry; // Matrix entries
14 } Matrix;
15
16 // allocate and initialize m x n matrix
17 Matrix* newMatrix(int m, int n);
18
19 // free storage of allocated matrix and return NULL
20 Matrix* delMatrix(Matrix* A);
21
22 // set and get functions
23 int getMatrixM(Matrix* A);
24 int getMatrixN(Matrix* A);
25 double getMatrixEntry(Matrix* A, int i, int j);
26 void setMatrixEntry(Matrix* A, int i, int j, double Aij);
27
28 // compute matrix-vector multiplication
29 Vector* matrixVectorProduct(Matrix* A, Vector* X);
30
31 // compute row-sum norm of a matrix
32 double normMatrix(Matrix* A);
33
34 #endif
```

## Allokieren einer Matrix

- ▶ Wir speichern die Einträge der Matrix als `double**`
  - Allokation der Einträge wie oben besprochen

```
3 Matrix* newMatrix(int m, int n) {
4     int i = 0;
5     int j = 0;
6     Matrix* A = NULL;
7
8     assert(m > 0);
9     assert(n > 0);
10
11     A = malloc(sizeof(Matrix));
12     assert(A != NULL);
13
14     A->m = m;
15     A->n = n;
16     A->entry = malloc(m*sizeof(double*));
17     assert(A->entry != NULL);
18
19     for (i=0; i<m; ++i) {
20         A->entry[i] = malloc(n*sizeof(double));
21         assert(A->entry[i] != NULL);
22         for (j=0; j<n; ++j) {
23             A->entry[i][j] = 0;
24         }
25     }
26
27     return A;
28 }
```

## Freigeben einer Matrix

- ▶ Erst Datenfeld `A->entry` freigeben
  - erst Zeilenvektoren freigeben
  - dann Spaltenvektor freigeben
- ▶ Dann Struktur freigeben

```
30 Matrix* delMatrix(Matrix* A) {
31     int i = 0;
32     assert(A != NULL);
33     assert(A->entry != NULL);
34
35     for (i=0; i<A->m; ++i) {
36         free(A->entry[i]);
37     }
38
39     free(A->entry);
40     free(A);
41
42     return NULL;
43 }
```

## Zugriffsfunktionen

```
45 int getMatrixM(Matrix* A) {
46     assert(A != NULL);
47     return A->m;
48 }
49
50 int getMatrixN(Matrix* A) {
51     assert(A != NULL);
52     return A->n;
53 }
54
55 double getMatrixEntry(Matrix* A, int i, int j) {
56     assert(A != NULL);
57     assert((i >= 0) && (i < A->m));
58     assert((j >= 0) && (j < A->n));
59     return A->entry[i][j];
60 }
61
62 void setMatrixEntry(Matrix* A, int i, int j, double Aij) {
63     assert(A != NULL);
64     assert((i >= 0) && (i < A->m));
65     assert((j >= 0) && (j < A->n));
66     A->entry[i][j] = Aij;
67 }
```

## Beispiel: Matrix-Vektor-Produkt

```
69 Vector* matrixVectorProduct(Matrix* A, Vector* X) {
70     double Aij = 0;
71     double Xj = 0;
72     double Bi = 0;
73     int m = 0;
74     int n = 0;
75     int i = 0;
76     int j = 0;
77     Vector* B = NULL;
78
79     assert(A != NULL);
80     assert(X != NULL);
81
82     m = getMatrixM(A);
83     n = getMatrixN(A);
84     assert(n == getVectorN(X));
85
86     B = newVector(m);
87     assert(B != NULL);
88
89     for (i=0; i<m; ++i) {
90         Bi = 0;
91         for (j=0; j<n; ++j) {
92             Aij = getMatrixEntry(A,i,j);
93             Xj = getVectorEntry(X,j);
94             Bi = Bi + Aij*Xj;
95         }
96         setVectorEntry(B,i,Bi);
97     }
98
99     return B;
100 }
```

▶ Gegeben  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  und  $x \in \mathbb{R}^n$

▶ Berechne  $b \in \mathbb{R}^m$  mit  $b_i = \sum_{j=1}^n A_{ij}x_j$



## Beispiel: Zeilensummennorm

```
102 double normMatrix(Matrix* A) {
103     int m = 0;
104     int n = 0;
105     double Aij = 0;
106     double max = 0;
107     double sum = 0;
108     int i = 0;
109     int j = 0;
110
111     assert(A != NULL);
112
113     m = getMatrixM(A);
114     n = getMatrixN(A);
115
116     for (i=0; i<m; ++i) {
117         sum = 0;
118         for (j=0; j<n; ++j) {
119             Aij = getMatrixEntry(A,i,j);
120             sum = sum + fabs(Aij);
121         }
122         if (sum > max) {
123             max = sum;
124         }
125     }
126
127     return max;
128 }
```

▶ Gegeben  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$

▶ Berechne  $\|A\|_Z := \max_{i=1, \dots, m} \sum_{j=1}^n |A_{ij}|$

## Strukturen und Matrizen, v2

- ▶ Manchmal Fortran-Bib nötig, z.B. LAPACK
  - will auf `A->entry` Fortran-Routinen anwenden!
- ▶ Fortran speichert  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  spaltenweise in Vektor der Länge  $mn$ 
  - $A_{ij}$  entspricht `A[i+j*m]`, wenn  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$

```
7 typedef struct _Matrix_ {
8     int m;
9     int n;
10    double* entry;
11 } Matrix;
```

- ▶ Allokieren der neuen Matrix-Struktur

```
13 Matrix* newMatrix(int m, int n) {
14     int i = 0;
15     Matrix* A = NULL;
16
17     assert(m > 0);
18     assert(n > 0);
19
20     A = malloc(sizeof(Matrix));
21     assert(A != NULL);
22
23     A->m = m;
24     A->n = n;
25     A->entry = malloc(m*n*sizeof(double));
26     assert(A->entry != NULL);
27
28     for (i=0; i<m*n; ++i) {
29         A->entry[i] = 0;
30     }
31
32     return A;
33 }
```

# Noch einmal free, set, get

## ► Freigeben der neuen Matrix-Struktur

```
35 Matrix* delMatrix(Matrix* A) {
36     assert(A != NULL);
37     assert(A->entry != NULL);
38
39     free(A->entry);
40     free(A);
41     return NULL;
42 }
```

## ► set und get für Matrix-Einträge

```
44 double getMatrixEntry(Matrix* A, int i, int j) {
45     assert(A != NULL);
46     assert((i >= 0) && (i < A->m));
47     assert((j >= 0) && (j < A->n));
48
49     return A->entry[i+j*A->m];
50 }
51
52 void setMatrixEntry(Matrix* A, int i, int j, double Aij) {
53     assert(A != NULL);
54     assert((i >= 0) && (i < A->m));
55     assert((j >= 0) && (j < A->n));
56
57     A->entry[i+j*A->m] = Aij;
58 }
```

## ► alle anderen Funktionen bleiben unverändert!

## ► Plötzlich werden set und get eine gute Idee

- verhindert Fehler!
- macht Programm im Nachhinein flexibel, z.B. bei Änderungen an Datenstruktur