

## Übungen zur Vorlesung Computermathematik

### Serie 6

Die Aufgaben mit Stern (\*) sind bis zur Übung in der kommenden Woche vorzubereiten. Kopieren Sie bitte die Source-Codes auf Ihren Account auf der `lva.student.tuwien.ac.at` und überprüfen Sie vor der Übung, ob diese mittels `latex` übersetzt werden können.

**Aufgabe 6.1\*.** Schreiben Sie einen Text Ihrer Wahl mit Überschrift und mindestens 400 Worten in `LATEX`. Als Schriftgröße wählen Sie 12pt. Gliedern Sie den Text in mindestens 2 Sections. Eliminieren Sie alle auftretenden Warnungen `Overfull hbox`. Geben Sie in einer Fußnote `\footnote{...}` die Referenz an, von wo Sie den Text entnommen haben. Speichern Sie das File unter `text.tex` in das Verzeichnis `serie06`.

**Aufgabe 6.2\*.** Realisieren Sie die folgende Gleichung

$$A = \begin{pmatrix} \beta_0 & -\gamma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ -\gamma_1 & \beta_1 & -\gamma_2 & \ddots & \vdots \\ 0 & -\gamma_2 & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -\gamma_n \\ 0 & \cdots & 0 & -\gamma_n & \beta_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}_{\text{sym}}^{(n+1) \times (n+1)}$$

in `LATEX` und speichern Sie Ihren Code unter `matrix.tex` in das Verzeichnis `serie06`. Die Punkte werden mittels `\cdots`, `\vdots` und `\ddots` erstellt. Das Symbol  $\times$  erhält man durch `\times`.

**Aufgabe 6.3\*.** Realisieren Sie die Formel

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx &= \left[ x\sqrt{1-x^2} \right]_{x=-1}^1 - \int_{-1}^1 \frac{x(-2x)}{2\sqrt{1-x^2}} dx \\ &= \left[ x\sqrt{1-x^2} \right]_{x=-1}^1 + \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int_{-1}^1 \frac{1-x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx \\ &= \left[ x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x \right]_{x=-1}^1 - \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx \end{aligned}$$

in `LATEX` und speichern Sie den Code unter `int.tex` in das Verzeichnis `serie06`.

**Aufgabe 6.4\*.** Gleichmäßig stetige Funktionen bilden Cauchy-Folgen auf Cauchy-Folgen ab. Schreiben Sie ein `LATEX`-File, das als Inhalt die Definition von Cauchy-Folgen sowie gleichmäßig

stetigen Funktionen hat, die oben genannte Behauptung formuliert und abschließend diese ausführlich beweist. Speichern Sie das File unter `cauchy.tex` in das Verzeichnis `serie06`.

**Aufgabe 6.5.** Für reelle Zahlen  $x, y \in \mathbb{R}$  und  $n \in \mathbb{N}$  gilt der Binomische Lehrsatz

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k.$$

Schreiben Sie ein  $\text{\LaTeX}$ -File, das als Inhalt die Behauptung und den (ausführlichen) Beweis des Binomischen Lehrsatzes hat.

**Aufgabe 6.6.** Realisieren Sie die Definition des charakteristischen Polynoms einer Matrix  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$

$$p(t) = \det(A - t \cdot \text{Id}) = \begin{vmatrix} a_{11} - t & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - t & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} - t \end{vmatrix}$$

in einem  $\text{\LaTeX}$ -File. Man beachte das Symbol `Id` anstelle von `Id` für die Einheitsmatrix.

**Aufgabe 6.7.** Schreiben Sie ein  $\text{\LaTeX}$ -File, in dem Sie die folgende Formel realisieren:

$$\Gamma(x) := \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! n^x}{x(x+1) \cdots (x+n)}$$

Dabei ist `\infty` das Symbol  $\infty$ , und die Punkte  $\cdots$  erzeugt man mit `\cdots`.

**Aufgabe 6.8.** Die Gamma-Funktion  $\Gamma(x)$  aus Aufgabe 6.7 erfüllt die Weierstraßsche Produktdarstellung

$$\frac{1}{\Gamma(x)} = x \cdot e^{Cx} \cdot \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{x}{k}\right) e^{-x/k} \quad \text{mit} \quad C := \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln n\right)$$

Schreiben Sie ein  $\text{\LaTeX}$ -File, in dem Sie die Weierstraßsche Formel realisieren. Dabei ist `\cdot` das Symbol  $\cdot$ .